Chapitre 1 : Polynômes du second degré

Partie 1 : Rappels sur les fonctions affines

1) Fonctions affines

Définition : Fonction affine

On appelle **fonction affine** toute fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par une expression de la forme :

$$f(x) = ax + b$$

où a et b sont deux nombres réels fixés.

— Le réel a est appelé le **coefficient directeur** (ou pente).

— Le réel b est appelé l'**ordonnée à l'origine**.

Cas particuliers

— **Cas où $a = 0$:** pour tout réel x, $f(x) = b$. La fonction f est dite **constante**. Sa représentation graphique est une droite parallèle à l'axe des abscisses.

— **Cas où $b = 0$:** pour tout réel x, $f(x) = ax$. La fonction f est dite **linéaire**. Sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère $O(0;0)$. Une fonction linéaire exprime une situation de **proportionnalité**.

A) Représentation graphique

Propriété : Droite représentative et coefficient directeur

Dans un repère du plan, la courbe représentative de la fonction affine f est une **droite** non verticale, notée $\mathcal{D}$.

— Un point $M(x;y)$ appartient à la droite $\mathcal{D}$ si et seulement si ses coordonnées vérifient :

$$y = f(x) \iff y = ax + b$$

La droite $\mathcal{D}$ a donc pour équation $y = ax + b$.

— La droite $\mathcal{D}$ coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées $(0;b)$, ce qui justifie le nom d'*ordonnée à l'origine*.

— Pour deux points distincts $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ appartenant à la droite $\mathcal{D}$ (avec $x_A \neq x_B$), le coefficient directeur a est donné par :

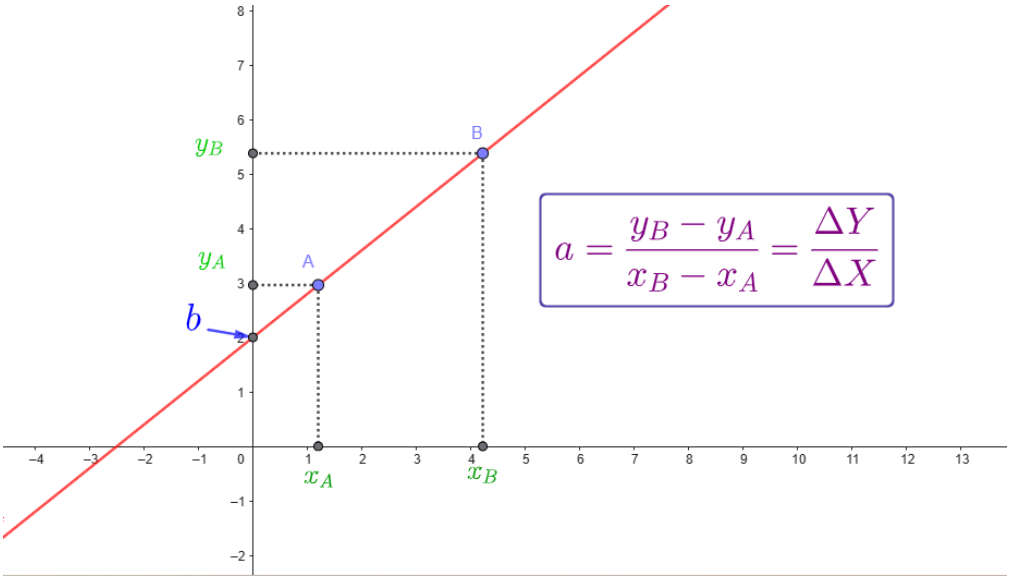
$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$$

Attention à la notation : Fonction vs Droite

— $f(x) = ax + b$ définit l'expression algébrique de la **fonction** f (l'image d'un nombre x).

— $y = ax + b$ est l'équation cartésienne de la **droite** $\mathcal{D}$ (une relation liant l'abscisse x et l'ordonnée y des points du plan).

— Lorsque $b \neq 0$, il n'y a **pas de proportionnalité** entre les valeurs de x et celles de $f(x)$, mais il y a **proportionnalité entre leurs variations**.



B) Sens de variation et signe de $f(x)$

Propriété : Sens de variation et tableau de signe ($a \neq 0$)

Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$, avec $a \neq 0$.

L'équation $ax + b = 0$ admet pour unique solution $x = -\frac{b}{a}$. C'est la valeur en laquelle la droite coupe l'axe des abscisses.

— **Cas où $a > 0$:**
La fonction f est strictement **croissante** sur $\mathbb{R}$. La droite « monte ».
Les valeurs de $f(x)$ sont strictement négatives avant $-\frac{b}{a}$, puis strictement positives après :

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
f(x)		−	0	+	

— **Cas où $a < 0$:**
La fonction f est strictement **décroissante** sur $\mathbb{R}$. La droite « descend ».
Les valeurs de $f(x)$ sont strictement positives avant $-\frac{b}{a}$, puis strictement négatives après :

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
f(x)		+	0	−	