DS1

Première spécialité mathématiques

Consignes. La calculatrice est autorisée. Le détail des calculs est attendu pour chaque réponse, y compris dans la partie automatismes : une réponse sans étape de calcul ne sera pas prise en compte.

Partie 1 : Automatismes

Réponses courtes. Pour chaque question, donner les étapes de calcul qui mènent au résultat.

1. Un prix, noté P, baisse de 3 %. Exprimer le nouveau prix en fonction de P.

2. Développer et réduire $(3x-1)^2$.

3. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -5(x-1)(x+3)$.
Déterminer les abscisses des points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses, puis indiquer si la parabole est tournée vers le haut ou vers le bas. Justifier.

4. Dire si la proposition suivante est vraie ou fausse en justifiant par un calcul.

a. $\dfrac{7}{9} > \dfrac{5}{7}$

5. On donne ci-contre la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-4\,;10]$.

Avec la précision permise par le graphique, résoudre l'inéquation $f(x) \leqslant 10$. On donnera l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle ou de réunion d'intervalles.



6. Un élève a obtenu les notes suivantes :

Note	12	10	14	x
Coefficient	1	1	1	2

Déterminer la valeur du réel x pour que la moyenne pondérée de l'élève soit égale à 14.

7. On considère un réel non nul a. Écrire $\dfrac{\left(a^5\right)^2}{a^{-10}}$ sous la forme a^n, où n est un entier relatif.

8. Dans un repère orthonormé, on considère la droite passant par les points de coordonnées $(0\,;-5)$ et $(15\,;0)$. Déterminer une équation réduite de cette droite.

Partie 2 : Second degré

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 4x + 6$.

1. Déterminer la forme canonique de f.

2. En déduire l'axe de symétrie de la parabole représentant f.

3. Donner les coordonnées du sommet de cette parabole.

4. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

5. Déterminer les éventuelles racines de f.

6. Le cas échéant, donner la forme factorisée de f.

7. Dresser le tableau de signes de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2

On s'intéresse aux rectangles dont le périmètre est égal à 100 cm. On note x la longueur, en centimètres, de l'un des côtés du rectangle.

Partie A : Modélisation

1. Montrer que l'autre côté du rectangle mesure $50 - x$ centimètres.

2. Justifier que x appartient à l'intervalle $]0\,;50[$.

3. Montrer que l'aire du rectangle, notée $A(x)$ et exprimée en cm^2, est donnée par :

$$A(x) = -x^2 + 50x.$$

Partie B : Étude de la fonction

On considère la fonction A définie sur $]0\,;50[$ par $A(x) = -x^2 + 50x$.

1. Déterminer la forme canonique de $A(x)$.

2. En déduire le tableau de variations de la fonction A sur l'intervalle $]0\,;50[$.

3. Déterminer l'aire maximale que peut prendre ce rectangle et la valeur de x pour laquelle elle est atteinte.

4. Quelle est la nature du rectangle d'aire maximale ? Justifier.

Partie C : Résolution d'équation

On cherche les rectangles de périmètre 100 cm dont l'aire est égale à $400\,\text{cm}^2$.

1. Montrer que ce problème conduit à résoudre sur l'intervalle $]0\,;50[$ l'équation :

$$x^2 - 50x + 400 = 0.$$

2. Résoudre cette équation et en déduire les dimensions du rectangle.