Fiche d'exercices 4

Exercice 1 : Résolution d'équations du second degré

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1.) $x^2 - 7x + 10 = 0$
2.) $2x^2 + 5x - 3 = 0$
3.) $x^2 - 6x + 9 = 0$
4.) $4x^2 + 4x + 1 = 0$
5.) $x^2 - 2x - 1 = 0$
6.) $3x^2 - 2x + 1 = 0$
7.) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3} = 0$
8.) $2x(x-1) = x + 2$

Exercice 2 : Factorisation

Lorsque cela est possible, factoriser chacun des trinômes suivants en produit de facteurs du premier degré. Justifier dans le cas contraire.

1.) $A(x) = x^2 + x - 6$
2.) $B(x) = 2x^2 - 7x + 3$
3.) $C(x) = 9x^2 + 6x + 1$
4.) $D(x) = -x^2 + 2x + 8$
5.) $E(x) = x^2 + x + 1$
6.) $F(x) = 3x^2 - 5x - 2$

Exercice 4 : Signe d'un trinôme

Dresser le tableau de signes de chacun des trinômes suivants sur $\mathbb{R}$:

1.) $P(x) = x^2 - x - 2$
2.) $Q(x) = -2x^2 + 5x - 2$
3.) $R(x) = x^2 - 6x + 9$
4.) $S(x) = -x^2 + 2x - 3$
5.) $T(x) = 4x^2 - 1$
6.) $U(x) = -3x^2 + 6x$

Exercice 5 : Inéquations du second degré

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes. On donnera l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle ou de réunion d'intervalles.

1.) $x^2 - 3x - 4 > 0$
2.) $-x^2 + 4x - 3 \geqslant 0$
3.) $2x^2 + x + 1 \leqslant 0$
4.) $x^2 + 4x + 4 > 0$
5.) $x^2 \leqslant 2x + 3$
6.) $3x^2 > 5x + 2$
7.) $x(x-1) < 6$

Exercice 6 : Équations et changement de variable

À l'aide d'un changement de variable approprié ($X = x^2$ ou $X = \sqrt{x}$), résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1.) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$
2.) $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$
3.) $2x^4 + 5x^2 + 2 = 0$
4.) $x - 5\sqrt{x} + 6 = 0$
5.) $2x - \sqrt{x} - 1 = 0$
6.) $x + 3 = 4\sqrt{x}$