Corrigé de l'évaluation surprise : Fonctions affines et droites

---

Exercice 1 : Tableaux de signes

Sujet A

1. $f(x) = 2x - 1$

L'équation $2x - 1 = 0$ donne pour racine $x = \dfrac{1}{2}$. Le coefficient directeur $a = 2$ étant strictement positif, la fonction est d'abord négative puis positive.

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
Signe de $f(x)$		$-$	0	$+$	

2. $g(x) = (3x - 1)(1 - 2x)$

On cherche les racines des facteurs : $3x - 1 = 0 \iff x = \dfrac{1}{3}$ (avec $a = 3 > 0$).

$1 - 2x = 0 \iff x = \dfrac{1}{2}$ (avec $a = -2 < 0$).

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$3x - 1$		$-$	0	$+$		$+$	
$1 - 2x$		$+$		$+$	0	$-$	
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Sujet B

1. $f(x) = 3x + 6$

L'équation $3x + 6 = 0$ donne pour racine $x = -2$. Le coefficient directeur $a = 3$ étant strictement positif, la fonction est d'abord négative puis positive.

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
Signe de $f(x)$		$-$	0	$+$	

2. $g(x) = (2x - 1)(1 - x)$

On cherche les racines des facteurs : $2x - 1 = 0 \iff x = \dfrac{1}{2}$ (avec $a = 2 > 0$).

$1 - x = 0 \iff x = 1$ (avec $a = -1 < 0$).

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$2x - 1$		$-$	0	$+$		$+$	
$1 - x$		$+$		$+$	0	$-$	
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Exercice 2 : Nature des fonctions

Sujet A

1. $f(x) = (2x - 1)^2 - 4(x + 1)^2$
$f(x) = 4x^2 - 4x + 1 - 4(x^2 + 2x + 1)$
$f(x) = 4x^2 - 4x + 1 - 4x^2 - 8x - 4 = -12x - 3$
La fonction f est **affine** avec $a = -12$ et $b = -3$.

2. $g(x) = \dfrac{1 + \sqrt{2}\,x}{5} = \dfrac{\sqrt{2}}{5}x + \dfrac{1}{5}$

La fonction g est **affine** avec $a = \dfrac{\sqrt{2}}{5}$ et $b = \dfrac{1}{5}$.

3. $h(x) = \dfrac{3}{1 + x}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
Dressons un tableau de valeurs :

x	0	1	2
$h(x)$	3	$3/2$	1

Taux de variation successifs :
$\tau_1 = \dfrac{h(1) - h(0)}{1 - 0} = \dfrac{3/2 - 3}{1} = -\dfrac{3}{2}$
$\tau_2 = \dfrac{h(2) - h(1)}{2 - 1} = \dfrac{1 - 3/2}{1} = -\dfrac{1}{2}$
Puisque $\tau_1 \neq \tau_2$, le taux n'est pas constant : h **n'est pas affine**.

Sujet B

1. $f(x) = 4(x + 1)^2 - (2x - 1)^2$
$f(x) = 4(x^2 + 2x + 1) - (4x^2 - 4x + 1)$
$f(x) = 4x^2 + 8x + 4 - 4x^2 + 4x - 1 = 12x + 3$
La fonction f est **affine** avec $a = 12$ et $b = 3$.

2. $g(x) = \dfrac{7 + \pi x}{3} = \dfrac{\pi}{3}x + \dfrac{7}{3}$

La fonction g est **affine** avec $a = \dfrac{\pi}{3}$ et $b = \dfrac{7}{3}$.

3. $h(x) = \dfrac{2}{1 - x}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
Dressons un tableau de valeurs :

x	-1	0	2
$h(x)$	1	2	-2

Taux de variation successifs :
$\tau_1 = \dfrac{h(0) - h(-1)}{0 - (-1)} = \dfrac{2 - 1}{1} = 1$
$\tau_2 = \dfrac{h(2) - h(0)}{2 - 0} = \dfrac{-2 - 2}{2} = -2$
Puisque $\tau_1 \neq \tau_2$, le taux n'est pas constant : h **n'est pas affine**.

Exercice 3 : Tracé de droites et point d'intersection

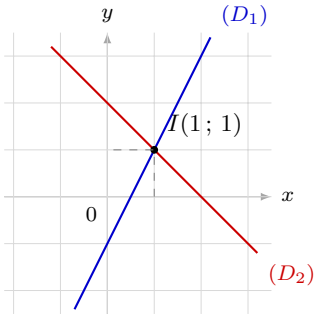
Sujet A

$(D_1) : y = 2x - 1$ et $(D_2) : y = -x + 2$

1. Tracé des droites :

La droite (D_1) passe par les points $(0\,;\,-1)$ et $(1\,;\,1)$.

La droite (D_2) passe par les points $(0\,;\,2)$ et $(2\,;\,0)$.



2. Point d'intersection par le calcul :

$$\begin{aligned} 2x - 1 = -x + 2 &\iff 2x + x = 2 + 1 \\ &\iff 3x = 3 \\ &\iff \boldsymbol{x = 1} \end{aligned}$$

On calcule l'ordonnée correspondante :

$$y = 2 \times 1 - 1 = \mathbf{1}$$

Les coordonnées du point d'intersection sont $\boldsymbol{I(1\,;\,1)}$.

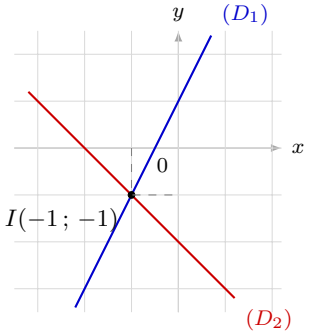
Sujet B

$(D_1) : y = 2x + 1$ et $(D_2) : y = -x - 2$

1. Tracé des droites :

La droite (D_1) passe par les points $(0\,;\,1)$ et $(-1\,;\,-1)$.

La droite (D_2) passe par les points $(0\,;\,-2)$ et $(-2\,;\,0)$.



2. Point d'intersection par le calcul :

$$\begin{aligned} 2x + 1 = -x - 2 &\iff 2x + x = -2 - 1 \\ &\iff 3x = -3 \\ &\iff \boldsymbol{x = -1} \end{aligned}$$

On calcule l'ordonnée correspondante :

$$y = 2 \times (-1) + 1 = \mathbf{-1}$$

Les coordonnées du point d'intersection sont $\boldsymbol{I(-1\,;\,-1)}$.