Pourcentages et taux d'évolution

Correction de la fiche d'exercices

Exercice 1 : utiliser les trois formules fondamentales

Rappel : $p = \dfrac{n}{N}$, $\quad n = p \times N$, $\quad N = \dfrac{n}{p}$.

1.) On connaît $n = 8$ et $N = 32$. On cherche p.

$$p = \frac{n}{N} = \frac{8}{32} = 0{,}25 = 25\,\%.$$

25 % des élèves de la classe portent des lunettes.

2.) On connaît $N = 650$ et $p = 40\,\% = 0{,}4$. On cherche n.

$$n = p \times N = 0{,}4 \times 650 = 260.$$

260 élèves ont voté dès la première heure.

3.) On connaît $n = 18$ et $p = 15\,\% = 0{,}15$. On cherche N.

$$N = \frac{n}{p} = \frac{18}{0{,}15} = 120.$$

Le magasin possède 120 téléviseurs au total.

4.) On connaît $n = 65$ et $N = 250$. On cherche p.

$$p = \frac{n}{N} = \frac{65}{250} = 0{,}26 = 26\,\%.$$

Ces céréales contiennent 26 % de glucides.

5.) On connaît $N = 12\,000$ et $p = 35\,\% = 0{,}35$. On cherche n.

$$n = p \times N = 0{,}35 \times 12\,000 = 4\,200.$$

Il reste 4 200 mAh dans la batterie.

6.) On connaît $n = 42$ et $p = 3{,}5\,\% = 0{,}035$. On cherche N.

$$N = \frac{n}{p} = \frac{42}{0{,}035} = 1\,200.$$

1 200 pièces ont été produites.

Exercice 2 : taux d'évolution et coefficient multiplicateur

Rappel : $CM = 1 + \tau$ et $\tau = CM - 1$.

Situation	**Taux d'évolution τ**	**Coeff. multiplicateur CM**
Baisse de 25 %	$\tau = -0{,}25 = -25\,\%$	$CM = 0{,}75$
Hausse de 15 %	$\boldsymbol{\tau = +0{,}15 = +15\,\%}$	$\boldsymbol{CM = 1{,}15}$
Hausse de 6 %	$\tau = +0{,}06 = +6\,\%$	$\boldsymbol{CM = 1{,}06}$
Baisse de 18 %	$\boldsymbol{\tau = -0{,}18 = -18\,\%}$	$CM = 0{,}82$
Baisse de 7 %	$\boldsymbol{\tau = -0{,}07 = -7\,\%}$	$\boldsymbol{CM = 0{,}93}$
Baisse de 40 %	$\tau = -0{,}40 = -40\,\%$	$\boldsymbol{CM = 0{,}60}$
Hausse de 4,5 %	$\boldsymbol{\tau = +0{,}045 = +4{,}5\,\%}$	$CM = 1{,}045$
Hausse de 100 %	$\boldsymbol{\tau = +1 = +100\,\%}$	$\boldsymbol{CM = 2}$

Exercice 3 : valeur initiale, valeur finale ou taux d'évolution

Rappel : $V_F = V_I \times CM$, $\quad V_I = \dfrac{V_F}{CM}$, $\quad \tau = \dfrac{V_F - V_I}{V_I}$.

1.) On connaît $V_I = 1{,}60$ et $V_F = 1{,}84$. On cherche τ.

$$\tau = \frac{V_F - V_I}{V_I} = \frac{1{,}84 - 1{,}60}{1{,}60} = \frac{0{,}24}{1{,}60} = 0{,}15 = +15\,\%.$$

Le prix du litre d'essence a augmenté de 15 %.

2.) On connaît $V_I = 20$ et $\tau = +5\,\%$, donc $CM = 1{,}05$. On cherche V_F.

$$V_F = V_I \times CM = 20 \times 1{,}05 = 21.$$

Le nouvel abonnement coûte 21 € par mois.

3.) On connaît $V_F = 420$ et $\tau = -30\,\%$, donc $CM = 0{,}7$. On cherche V_I.

$$V_I = \frac{V_F}{CM} = \frac{420}{0{,}7} = 600.$$

Le téléviseur coûtait 600 € avant la réduction.

4.) On connaît $V_I = 250$ et $V_F = 215$. On cherche τ.

$$\tau = \frac{V_F - V_I}{V_I} = \frac{215 - 250}{250} = \frac{-35}{250} = -0{,}14 = -14\,\%.$$

Le nombre d'adhérents a baissé de 14 %.

5.) On connaît $V_I = 8\,500$ et $\tau = -4\,\%$, donc $CM = 0{,}96$. On cherche V_F.

$$V_F = V_I \times CM = 8\,500 \times 0{,}96 = 8\,160.$$

La commune comptera 8 160 habitants l'année prochaine.

6.) On connaît $V_F = 594$ et $\tau = +8\,\%$, donc $CM = 1{,}08$. On cherche V_I.

$$V_I = \frac{V_F}{CM} = \frac{594}{1{,}08} = 550.$$

Le loyer était de 550 € avant la hausse.

Exercice 4 : évolutions successives

Rappel : lors d'évolutions successives, les coefficients multiplicateurs se multiplient.

1.) $CM_1 = 1{,}10$ et $CM_2 = 1{,}20$.

$$CM_{\text{global}} = 1{,}10 \times 1{,}20 = 1{,}32 \quad \text{donc} \quad \tau_{\text{global}} = 1{,}32 - 1 = 0{,}32 = +32\,\%.$$

L'action a augmenté de 32 % sur les deux jours (et non de 30 %).

2.) **a.)** $CM_1 = 0{,}70$ et $CM_2 = 0{,}80$.

$$CM_{\text{global}} = 0{,}70 \times 0{,}80 = 0{,}56 \quad \text{donc} \quad \tau_{\text{global}} = 0{,}56 - 1 = -0{,}44 = -44\,\%.$$

La réduction globale est de 44 % (et non de 50 %).

b.) $V_F = 120 \times 0{,}56 = 67{,}20$.
Le prix payé en caisse est de 67,20 €.

3.) **a.)** $CM_1 = 1{,}20$ et $CM_2 = 0{,}80$.

$$CM_{\text{global}} = 1{,}20 \times 0{,}80 = 0{,}96 \quad \text{donc} \quad \tau_{\text{global}} = 0{,}96 - 1 = -0{,}04 = -4\,\%.$$

Le smartphone ne retrouve pas son prix initial : globalement, son prix a baissé de 4 %.

b.) $V_F = 500 \times 0{,}96 = 480$.
Le prix final est de 480 €.

4.) $CM_1 = 1{,}05$, $CM_2 = 1{,}04$ et $CM_3 = 0{,}90$.

$$CM_{\text{global}} = 1{,}05 \times 1{,}04 \times 0{,}90 = 0{,}9828 \quad \text{donc} \quad \tau_{\text{global}} = 0{,}9828 - 1 = -0{,}0172 = -1{,}72\,\%.$$

Sur ces trois années, le prix du forfait a baissé de 1,72 %.

5.) On connaît $CM_{\text{global}} = 1{,}38$ et $CM_1 = 1{,}15$. On cherche CM_2.

$$CM_1 \times CM_2 = CM_{\text{global}} \quad \text{donc} \quad CM_2 = \frac{1{,}38}{1{,}15} = 1{,}2.$$

$\tau_2 = 1{,}2 - 1 = 0{,}2 = +20\,\%$.
La deuxième année, le chiffre d'affaires a augmenté de 20 %.

Exercice 5 : évolution réciproque

Rappel : $CM_{\text{réc}} = \dfrac{1}{CM}$ et $\tau_{\text{réc}} = CM_{\text{réc}} - 1$.

1.) Baisse de 50 % : $CM = 0{,}5$.

$$CM_{\text{réc}} = \frac{1}{0{,}5} = 2 \quad \text{donc} \quad \tau_{\text{réc}} = 2 - 1 = 1 = +100\,\%.$$

Le prix réduit doit augmenter de 100 % (doubler) pour retrouver sa valeur d'origine.

2.) Hausse de 25 % : $CM = 1{,}25$.

$$CM_{\text{réc}} = \frac{1}{1{,}25} = 0{,}8 \quad \text{donc} \quad \tau_{\text{réc}} = 0{,}8 - 1 = -0{,}2 = -20\,\%.$$

Une baisse de 20 % permettrait de revenir au montant initial.

3.) Remise de 20 % : $CM = 0{,}8$.

$$CM_{\text{réc}} = \frac{1}{0{,}8} = 1{,}25 \quad \text{donc} \quad \tau_{\text{réc}} = 1{,}25 - 1 = 0{,}25 = +25\,\%.$$

Le prix remisé doit être augmenté de 25 % pour revenir au tarif plein.

4.) Hausse de 100 % : $CM = 2$.

$$CM_{\text{réc}} = \frac{1}{2} = 0{,}5 \quad \text{donc} \quad \tau_{\text{réc}} = 0{,}5 - 1 = -0{,}5 = -50\,\%.$$

Il faut appliquer une réduction de 50 % sur le nouveau prix pour retrouver le tarif initial.

5.) Hausse de 60 % : $CM = 1{,}6$.

$$CM_{\text{réc}} = \frac{1}{1{,}6} = 0{,}625 \quad \text{donc} \quad \tau_{\text{réc}} = 0{,}625 - 1 = -0{,}375 = -37{,}5\,\%.$$

Autre justification : $1{,}6 \times (1 - 0{,}375) = 1{,}6 \times 0{,}625 = 1$.
Oui, une remise de 37,5 % permet de revenir exactement au tarif de départ.