# Suites arithmétiques

Correction de la fiche d'exercices

## Exercice 1 : calculer des termes

**1.** **a.** $u_1 = u_0 + 3 = 5 + 3 = 8$, $u_2 = u_1 + 3 = 11$, $u_3 = u_2 + 3 = 14$.

**b.** La suite est arithmétique de raison 3, donc pour tout entier naturel $n$ : $u_{n+1} = u_n + 3$.

**c.** Pour tout entier naturel $n$ : $u_n = u_0 + nr = 5 + 3n$.
Donc $u_{20} = 5 + 3 \times 20 = 65$.

**2.** **a.** $v_1 = v_0 - 4 = 50 - 4 = 46$, $v_2 = v_1 - 4 = 42$, $v_3 = v_2 - 4 = 38$.

**b.** Pour tout entier naturel $n$, $v_{n+1} = v_n + (-4)$ : on passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre.
La suite $(v_n)$ est donc arithmétique de raison $r = -4$ et de premier terme $v_0 = 50$.

**c.** Pour tout entier naturel $n$ : $v_n = v_0 + nr = 50 - 4n$.
Donc $v_{10} = 50 - 4 \times 10 = 10$.

## Exercice 2 : reconnaître une suite arithmétique

On calcule les différences entre deux termes consécutifs. La liste peut correspondre à une suite arithmétique si et seulement si ces différences sont toutes égales.

**a.** $7 - 3 = 4$, $11 - 7 = 4$, $15 - 11 = 4$, $19 - 15 = 4$.
Les différences sont constantes : oui, raison $r = 4$.

**b.** $4 - 2 = 2$ et $8 - 4 = 4$.
Les différences ne sont pas constantes : non.

**c.** $95 - 100 = -5$, $90 - 95 = -5$, $85 - 90 = -5$, $80 - 85 = -5$.
Les différences sont constantes : oui, raison $r = -5$.

**d.** $4 - 1 = 3$ et $9 - 4 = 5$.
Les différences ne sont pas constantes : non.

**e.** $1{,}25 - 0{,}5 = 0{,}75$, $2 - 1{,}25 = 0{,}75$, $2{,}75 - 2 = 0{,}75$, $3{,}5 - 2{,}75 = 0{,}75$.
Les différences sont constantes : oui, raison $r = 0{,}75$.

## Exercice 3 : replanter la mangrove

**1.** $u_1 = 1\,500 + 120 = 1\,620$ et $u_2 = 1\,620 + 120 = 1\,740$.
$u_2$ correspond à l'année $2025 + 2 = 2027$ : selon ce modèle, en 2027, l'association aura replanté au total 1 740 palétuviers.

**2.** Chaque année, on ajoute 120 palétuviers au total de l'année précédente, donc pour tout entier naturel $n$ :

$$u_{n+1} = u_n + 120.$$

La suite $(u_n)$ est donc arithmétique de raison $r = 120$ et de premier terme $u_0 = 1\,500$.

**3.** Pour tout entier naturel $n$ : $u_n = u_0 + nr = 1\,500 + 120n$.

**4.** L'année 2035 correspond à $n = 10$.
$u_{10} = 1\,500 + 120 \times 10 = 2\,700$.
D'après ce modèle, 2 700 palétuviers auront été replantés en 2035.

**5.** On cherche le plus petit entier naturel $n$ tel que $u_n > 3\,000$.

$$1\,500 + 120n > 3\,000 \iff 120n > 1\,500 \iff n > \frac{1\,500}{120} \iff n > 12{,}5.$$

Le plus petit entier qui convient est $n = 13$.
Vérification : $u_{12} = 2\,940$ et $u_{13} = 3\,060$.
D'après ce modèle, le nombre de palétuviers replantés dépassera 3 000 à partir de l'année $2025 + 13 = 2038$.

## Exercice 4 : un club qui perd des licenciés

**1.** $B_1 = 640 - 15 = 625$.
Selon cette estimation, le club compte 625 licenciés en 2026.

**2.** Chaque année, le club perd 15 licenciés, donc pour tout entier naturel $n$ : $B_{n+1} = B_n - 15$.
La suite $(B_n)$ est arithmétique de raison $r = -15$ et de premier terme $B_0 = 640$.

**3.** Pour tout entier naturel $n$ : $B_n = B_0 + nr = 640 - 15n$.

**4.** L'année 2035 correspond à $n = 10$ : $B_{10} = 640 - 15 \times 10 = 490$.
Entre 2025 et 2035, le club perd $640 - 490 = 150$ licenciés.
Or 20 % de 640 représentent $0{,}2 \times 640 = 128$ licenciés.
Comme $150 > 128$, le club aura bien perdu plus de 20 % de ses licenciés.
(En proportion : $\dfrac{150}{640} \approx 0{,}234$, soit une perte d'environ 23,4 %.)

**5.** On cherche le plus petit entier naturel $n$ tel que $B_n < 500$.

$$640 - 15n < 500 \iff -15n < -140 \iff n > \frac{140}{15} \iff n > 9{,}33\ldots$$

(on divise par $-15$, qui est négatif : le sens de l'inégalité change).
Le plus petit entier qui convient est $n = 10$.
Vérification : $B_9 = 505$ et $B_{10} = 490$.
D'après ce modèle, le club comptera moins de 500 licenciés à partir de l'année $2025 + 10 = 2035$.

## Exercice 5 : une tirelire et un tableur

**1.** $u_1 = 350 + 40 = 390$ et $u_2 = 390 + 40 = 430$.

**2.** Chaque mois, Léa ajoute 40 €, donc pour tout entier naturel $n$ : $u_{n+1} = u_n + 40$.
La suite $(u_n)$ est arithmétique de raison $r = 40$ (et de premier terme $u_0 = 350$).

**3.** Dans la cellule B3, on saisit la formule :

```
=B2+40
```

Par recopie vers le bas, chaque cellule de la colonne B prend la valeur de la cellule au-dessus augmentée de 40.
(La formule `=350+40*A3`, qui utilise la forme explicite, convient aussi.)

**4.** Pour tout entier naturel $n$ : $u_n = u_0 + nr = 350 + 40n$.

**5.** On cherche le plus petit entier naturel $n$ tel que $u_n \geqslant 1\,000$.

$$350 + 40n \geqslant 1\,000 \iff 40n \geqslant 650 \iff n \geqslant \frac{650}{40} \iff n \geqslant 16{,}25.$$

Le plus petit entier qui convient est $n = 17$.
Vérification : $u_{16} = 990$ et $u_{17} = 1\,030$.
Léa aura la somme nécessaire au bout de 17 mois.

## Exercice 6 : le modèle est-il adapté ?

**1.** Dans ce modèle, le nombre de nids augmente de 12 chaque année, donc pour tout entier naturel $n$ : $u_{n+1} = u_n + 12$.
La suite $(u_n)$ est arithmétique de raison $r = 12$ et de premier terme $u_0 = 80$.

**2.** Pour tout entier naturel $n$ : $u_n = u_0 + nr = 80 + 12n$.

**3.** L'année 2026 correspond à $n = 6$.
$u_6 = 80 + 12 \times 6 = 152$.
D'après ce modèle, on peut estimer le nombre de nids à 152 en 2026.

**4.** Le modèle prévoit 152 nids et les bénévoles en ont recensé 150.
L'écart est de 2 nids, soit $\dfrac{2}{150} \approx 0{,}013$, c'est-à-dire environ 1,3 % de la valeur observée.
Cet écart est très faible : le modèle semble adapté à la situation.