SECONDE — Lycée Yves Leborgne 2026 / 2027

Chapitre 2 : Généralités sur les fonctions (Suite)

3) Variations et extremums d'une fonction

A) Sens de variation d'une fonction sur un intervalle

Définition : Fonction croissante, décroissante, constante

Soit f une fonction définie sur un ensemble $\mathcal{D}$ et soit I un intervalle inclus dans $\mathcal{D}$.

- Dire que f est **croissante** sur I signifie que, pour tous réels a et b de I :

$$\text{si } a < b, \text{ alors } f(a) \leqslant f(b)$$

*(Une fonction croissante **conserve** l'ordre : graphiquement, la courbe « monte » ou reste horizontale lorsque x augmente.)*

- Dire que f est **strictement croissante** sur I signifie que, pour tous réels a et b de I :

$$\text{si } a < b, \text{ alors } f(a) < f(b)$$

- Dire que f est **décroissante** sur I signifie que, pour tous réels a et b de I :

$$\text{si } a < b, \text{ alors } f(a) \geqslant f(b)$$

*(Une fonction décroissante **inverse** l'ordre : graphiquement, la courbe « descend » ou reste horizontale lorsque x augmente.)*

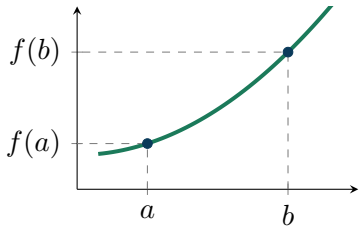
- Dire que f est **strictement décroissante** sur I signifie que, pour tous réels a et b de I :

$$\text{si } a < b, \text{ alors } f(a) > f(b)$$

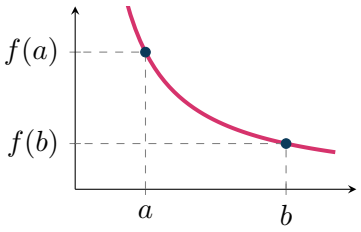
- Dire que f est **constante** sur I signifie qu'il existe un réel k tel que, pour tout $x \in I$, $f(x) = k$. *(Graphiquement, la courbe est un segment ou une droite **horizontale**.)*

Lorsque f garde le même sens de variation sur tout l'intervalle I, on dit que f est **monotone** sur I.

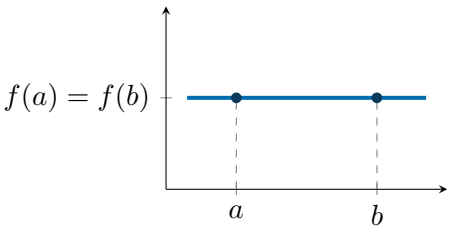
Strictement croissante



Strictement décroissante



Constante



Toujours préciser l'intervalle d'étude

Une fonction peut changer de sens de variation selon l'intervalle observé. On ne dit jamais qu'une fonction est « croissante » dans l'absolu, mais toujours « croissante **sur l'intervalle** I ».

B) Tableau de variations

Décrire les variations d'une fonction par des phrases peut être long. On utilise un outil visuel synthétique : le **tableau de variations**.

Construire et lire un tableau de variations

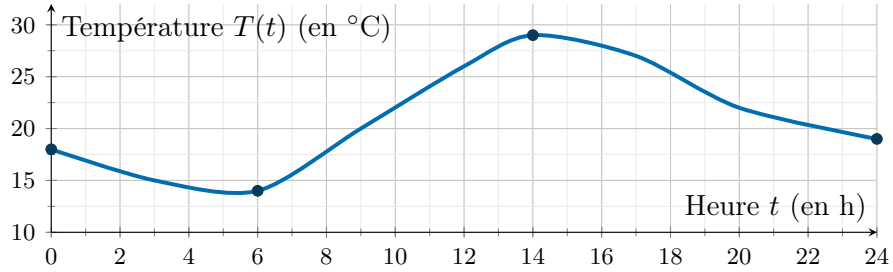
Pour dresser le tableau de variations d'une fonction f définie sur un intervalle $[a\,;\,b]$:

1. Sur la **première ligne** (x), on inscrit les bornes de l'ensemble de définition ainsi que les abscisses où la fonction change de sens de variation.
2. Sur la **deuxième ligne** (Variations de f), on trace une flèche montante ($\nearrow$) sur chaque intervalle où f est croissante, et une flèche descendante ($\searrow$) sur chaque intervalle où f est décroissante.
3. À chaque extrémité de flèche, on indique l'**image** correspondante lue sur l'axe des ordonnées.

Exemple 4 : Évolution de la température au cours d'une journée

On a relevé la température $T(t)$ (en °C) dans une station météorologique en fonction de l'heure t de la journée, pour $t \in [0\,;\,24]$.

Température relevée sur 24 heures



1. Description par des phrases :

- Sur $[0\,;\,6]$, la température est strictement décroissante (elle passe de 18 °C à 14 °C).
- Sur $[6\,;\,14]$, la température est strictement croissante (elle passe de 14 °C à 29 °C).
- Sur $[14\,;\,24]$, la température est strictement décroissante (elle passe de 29 °C à 19 °C).

2. Synthèse dans le tableau de variations de T :

t	0		6		14		24
Variations de T	18	$\searrow$	14	$\nearrow$	29	$\searrow$	19

C) Extremums d'une fonction sur un intervalle

Définition : Maximum et minimum

Soit f une fonction définie sur un ensemble $\mathcal{D}$ et soit I un intervalle inclus dans $\mathcal{D}$.

- Dire que f admet un **maximum** M sur l'intervalle I, atteint en un réel $x_0 \in I$, signifie que :
  1. pour tout $x \in I$, $f(x) \leqslant M$ *(aucune image ne dépasse M)* ;
  2. $f(x_0) = M$ *(la valeur M est effectivement atteinte en x_0).*
- Dire que f admet un **minimum** m sur l'intervalle I, atteint en un réel $x_1 \in I$, signifie que :
  1. pour tout $x \in I$, $f(x) \geqslant m$ *(aucune image n'est inférieure à m)* ;
  2. $f(x_1) = m$ *(la valeur m est effectivement atteinte en x_1).*

Le maximum et le minimum d'une fonction sont appelés les **extremums** de la fonction.

Ne pas confondre valeur de l'extremum et antécédent

Un extremum est une **ordonnée** (une image y), tandis que la valeur de x en laquelle il est atteint est une **abscisse**. On rédige toujours sous la forme : « Le maximum de f sur I est …, il est atteint pour $x = \ldots$ ».

Application à l'Exemple 4 (Température sur $[0\,;\,24]$)

D'après la courbe et le tableau de variations de la fonction T sur $[0\,;\,24]$:

- Le **maximum** de la fonction T sur $[0\,;\,24]$ est $29\,°\text{C}$, atteint à $t = 14$ h.
- Le **minimum** de la fonction T sur $[0\,;\,24]$ est $14\,°\text{C}$, atteint à $t = 6$ h.
- *Attention à l'intervalle d'étude :* sur l'intervalle $[0\,;\,10]$, le maximum de T est environ $22\,°\text{C}$ (atteint à $t = 10$ h), tandis que le minimum reste $14\,°\text{C}$ (atteint à $t = 6$ h).