SECONDE 9 — Lycée Yves Leborgne 2026 / 2027

Correction de la fiche d'exercices 2 : Fonctions

Calculs algébriques, variations et extremums

Exercice 1 : Calculs algébriques d'images et d'antécédents

a) $f(x) = -3x + 5$.

1. $f(-4) = -3 \times (-4) + 5 = 12 + 5 = 17$.

   $f\left(\frac{2}{3}\right) = -3 \times \frac{2}{3} + 5 = -2 + 5 = 3$.

   $f\left(\sqrt{2}\right) = -3\sqrt{2} + 5 = 5 - 3\sqrt{2}$.
2. On résout $f(x) = -7$:

   $$-3x + 5 = -7 \iff -3x = -12 \iff x = \frac{-12}{-3} = 4.$$

   L'antécédent de -7 par f est 4.
3. On résout $f(x) = 17$:

   $$-3x + 5 = 17 \iff -3x = 12 \iff x = \frac{12}{-3} = -4.$$

   L'antécédent de 17 par f est -4 (ce qui est cohérent avec la question 1 : $f(-4) = 17$).

b) $g(x) = 3x^2 - 12x + 7$.

1. $g(0) = 3 \times 0^2 - 12 \times 0 + 7 = 7$.

   $g(-2) = 3 \times (-2)^2 - 12 \times (-2) + 7 = 3 \times 4 + 24 + 7 = 12 + 24 + 7 = 43$.

   $g\left(\frac{1}{3}\right) = 3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 12 \times \frac{1}{3} + 7 = 3 \times \frac{1}{9} - 4 + 7 = \frac{1}{3} + 3 = \frac{1}{3} + \frac{9}{3} = \frac{10}{3}$.

   $g\left(\sqrt{2}\right) = 3 \times \left(\sqrt{2}\right)^2 - 12\sqrt{2} + 7 = 3 \times 2 - 12\sqrt{2} + 7 = 13 - 12\sqrt{2}$.
2. On résout $g(x) = 7$:

   $$3x^2 - 12x + 7 = 7 \iff 3x^2 - 12x = 0 \iff 3x(x - 4) = 0.$$

   Un produit est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul :

   $$3x = 0 \quad \text{ou} \quad x - 4 = 0 \iff x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 4.$$

   Le nombre 7 a deux antécédents par g : 0 et 4.

   Vérification : $g(4) = 3 \times 16 - 48 + 7 = 48 - 48 + 7 = 7$.

c) $h(x) = \dfrac{4x - 1}{x - 2}$ pour $x \neq 2$.

1. Pour $x = 2$, le dénominateur vaut $2 - 2 = 0$. Or on ne peut pas diviser par 0 : $h(2)$ n'existe pas.
2. $h(0) = \dfrac{4 \times 0 - 1}{0 - 2} = \dfrac{-1}{-2} = \dfrac{1}{2}$.

   $h(5) = \dfrac{4 \times 5 - 1}{5 - 2} = \dfrac{19}{3}$.

   $h\left(\frac{1}{2}\right) = \dfrac{4 \times \frac{1}{2} - 1}{\frac{1}{2} - 2} = \dfrac{2 - 1}{-\frac{3}{2}} = 1 \times \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{2}{3}$.

3. On résout $h(x) = 3$ avec $x \neq 2$:

$$\frac{4x-1}{x-2} = 3 \iff 4x-1 = 3(x-2) \iff 4x-1 = 3x-6$$
$$\iff 4x-3x = -6+1 \iff x = -5.$$

Comme $-5 \neq 2$, la solution convient : l'antécédent de 3 par h est -5.

Vérification : $h(-5) = \dfrac{-20-1}{-5-2} = \dfrac{-21}{-7} = 3$.

4. On résout $h(x) = 4$ avec $x \neq 2$:

$$\frac{4x-1}{x-2} = 4 \iff 4x-1 = 4(x-2) \iff 4x-1 = 4x-8 \iff -1 = -8.$$

L'égalité $-1 = -8$ est fausse : l'équation n'a aucune solution.

Le nombre 4 n'admet donc aucun antécédent par h.

Exercice 2 : Appartenance d'un point à une courbe

$f(x) = -x^2 + 2x + 3$ sur $[-2\,;4]$.

Méthode. Un point $M(x_M\,;y_M)$ appartient à $\mathcal{C}_f$ si et seulement si x_M appartient à l'ensemble de définition de f **et** $f(x_M) = y_M$.

1. **a)** $A(2\,;3)$: $2 \in [-2\,;4]$ et $f(2) = -2^2 + 2\times 2 + 3 = -4+4+3 = 3$.

   On a bien $f(2) = 3 = y_A$, donc $A \in \mathcal{C}_f$.

   b) $B(-1\,;0{,}1)$: $-1 \in [-2\,;4]$ et $f(-1) = -(-1)^2 + 2\times(-1) + 3 = -1-2+3 = 0$.

   Or $0 \neq 0{,}1$, donc $B \notin \mathcal{C}_f$.

   (Sur le graphique, B semble être sur la courbe : seul le calcul permet de trancher.)

   c) $C(5\,;-12)$: $5 \notin [-2\,;4]$, donc $f(5)$ n'est pas défini et $C \notin \mathcal{C}_f$.

   Attention : si l'on calcule l'expression sans réfléchir, on trouve $-5^2 + 2\times 5 + 3 = -25+10+3 = -12$. Le calcul « marche », mais la fonction f n'est définie que sur $[-2\,;4]$: la courbe s'arrête en $x = 4$, le point C n'en fait pas partie.

2. $\dfrac{1}{2} \in [-2\,;4]$ et

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2\times\frac{1}{2} + 3 = -\frac{1}{4} + 1 + 3 = -\frac{1}{4} + \frac{16}{4} = \frac{15}{4}.$$

Donc $D\left(\dfrac{1}{2}\,;\dfrac{15}{4}\right)$.

3. On cherche les abscisses $x \in [-2\,;4]$ telles que $f(x) = 3$:

$$-x^2 + 2x + 3 = 3 \iff -x^2 + 2x = 0 \iff x(-x+2) = 0$$
$$\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad -x+2 = 0$$
$$\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 2.$$

Les deux valeurs appartiennent à $[-2\,;4]$. Donc $E(0\,;3)$ et $F(2\,;3)$ (ou l'inverse).

On retrouve au passage le point A de la question 1.

Exercice 3 : Lectures graphiques, variations et extremums

Les valeurs non entières sont des lectures graphiques, donc des valeurs approchées.

1. L'image de -5 par f est 3 : $f(-5) = 3$. De plus $f(1) = 4$ et $f(6) = -2$.
2. On cherche les abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ d'ordonnée 3 (intersection de la courbe avec la droite horizontale d'équation $y = 3$). On lit trois antécédents : -5, environ 0,1 et environ 2,3.
3. Les solutions de $f(x) = 0$ sont les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec l'axe des abscisses :

$$\mathcal{S} = \{-4\,;\,-1{,}6\,;\,4{,}4\} \quad \text{(valeurs approchées pour les deux dernières).}$$

4. Le nombre -2 possède deux antécédents par f : -3 et 6.
5. - Sur $[-5\,;-3]$, f est décroissante.
   - Sur $[-3\,;1]$, f est croissante.
   - Sur $[1\,;6]$, f est décroissante.
6. Tableau de variations de f sur $[-5\,;6]$:

x	-5		-3		1		6
$f(x)$	3	↘	-2	↗	4	↘	-2

7. Le maximum de f sur $[-5\,;6]$ est 4, atteint en $x = 1$.
8. Le minimum de f sur $[-5\,;6]$ est -2, atteint en $x = -3$ et en $x = 6$.
9. Sur $[-5\,;0]$, il faut comparer les valeurs « hautes » : $f(-5) = 3$ et $f(0) \approx 2{,}8$ (la valeur 4 est atteinte en $x = 1$, qui n'est pas dans l'intervalle).

   Le maximum de f sur $[-5\,;0]$ est donc 3, atteint en $x = -5$.

Exercice 4 : Application concrète : hauteur d'eau dans un port

1. Au bout de 6 heures, la hauteur d'eau est de 5 m : $h(6) = 5$.
2. $h(12) = 3$ signifie : au bout de 12 heures, la hauteur d'eau dans le port est de 3 mètres.
3. On cherche les antécédents de 2 par h : la hauteur d'eau est égale à 2 m aux instants $t = 0$ h et $t = 8$ h.
4. Tableau de variations de h sur $[0\,;12]$:

t	0		4		10		12
$h(t)$	2	↗	$6{,}5$	↘	1	↗	3

5. La hauteur maximale est 6,5 m, atteinte à $t = 4$ h (marée haute). Comme $6{,}5 \geqslant 6$, le bateau peut accoster à marée haute.
6. La hauteur d'eau minimale est 1 m, atteinte à $t = 10$ h (marée basse).