# Fiche d'exercices n°6

Probabilités et loi binomiale

## Exercice 1 : D'après Baccalauréat Amérique du Nord, 22 mai 2025 (secours)

Dans cet exercice, les réponses seront arrondies à $10^{-4}$ près.

Durant la saison hivernale, la circulation d'un virus a entraîné la contamination de 2 % de la population d'un pays. Dans ce pays, 90 % de la population a été vaccinée contre ce virus.

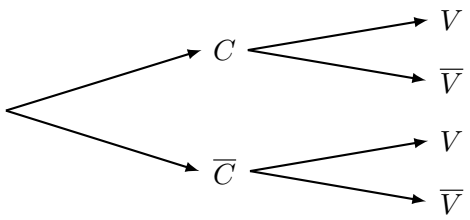
On constate que 62 % des personnes contaminées avaient été vaccinées.

On interroge au hasard une personne, et on note les évènements suivants :

- $C$ : « la personne a été contaminée »
- $V$ : « la personne a été vaccinée »

Les évènements contraires des évènements $C$ et $V$ sont notés respectivement $\overline{C}$ et $\overline{V}$.

1. À partir de l'énoncé, donner, sans calcul, les probabilités $P(C)$, $P(V)$ et la probabilité conditionnelle $P_C(V)$.
2. (a) Calculer $P(C \cap V)$.
   (b) En déduire $P\left(\overline{C} \cap V\right)$.
3. Recopier l'arbre des probabilités ci-dessous et le compléter.




4. Calculer $P_V(C)$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
5. Déterminer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant votre réponse.
   (a) « Parmi les personnes non contaminées, il y a dix fois plus de personnes vaccinées que de personnes non vaccinées. »
   (b) « Plus de 98 % de la population vaccinée n'a pas été contaminée. »
6. On s'intéresse à un échantillon de 20 personnes choisies au hasard dans la population.

   La population du pays est assez importante pour qu'on puisse assimiler ce choix à des tirages successifs avec remise.

   On note $X$ la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de personnes contaminées.

   *On rappelle que, pour une personne choisie au hasard, la probabilité d'être contaminée est* $p = 0{,}02$.
   (a) Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire $X$ ? Justifier et donner ses paramètres.
   (b) Calculer, en rappelant la formule, la probabilité que 4 personnes exactement soient contaminées dans ce groupe de 20 personnes.
   (c) Calculer la probabilité qu'au moins 3 personnes soient contaminées dans ce groupe.
   (d) Déterminer l'espérance de la variable aléatoire $X$ et interpréter ce résultat dans le cadre de l'exercice.

## Exercice 2 : D'après Baccalauréat Centres étrangers, 12 juin 2025

Un magasin est équipé de caisses automatiques en libre-service où le client scanne lui-même ses articles. Le logiciel d'une caisse déclenche régulièrement des demandes de vérification. Un employé du magasin effectue alors un contrôle.

### Partie A

Le contrôle peut être :

- soit « total » : l'employé du magasin scanne alors à nouveau l'ensemble des articles du client ;
- soit « partiel » : l'employé choisit alors un ou plusieurs articles du client pour vérifier qu'ils ont bien été scannés.

Si un contrôle est déclenché, il s'agit une fois sur dix d'un contrôle total.

Lorsqu'un contrôle total est déclenché, une erreur du client est détectée dans 30 % des cas.

Lorsqu'un contrôle partiel est effectué, dans 85 % des cas, il n'y a pas d'erreur.

Un contrôle est déclenché à une caisse automatique. On considère les évènements suivants :

- $T$ : « Le contrôle est un contrôle total » ;
- $E$ : « Une erreur est détectée lors du contrôle ».

On notera $\overline{T}$ et $\overline{E}$ les évènements contraires de $T$ et $E$.

1. Construire un arbre pondéré représentant la situation puis déterminer $P\left(\overline{T} \cap E\right)$.
2. Calculer la probabilité qu'une erreur soit détectée lors d'un contrôle.
3. Déterminer la probabilité qu'un contrôle total ait été effectué, sachant qu'une erreur a été détectée. *On donnera la valeur arrondie au centième.*

### Partie B

Sur une journée donnée, une caisse automatique déclenche 15 contrôles. La probabilité qu'un contrôle mette en évidence une erreur est $p = 0{,}165$. La détection d'une erreur lors d'un contrôle est indépendante des autres contrôles.

On note $X$ la variable aléatoire égale au nombre d'erreurs détectées lors des contrôles de cette journée.

1. On admet que la variable aléatoire $X$ suit une loi binomiale. Préciser ses paramètres.
2. Déterminer la probabilité qu'exactement 5 erreurs soient détectées. *On donnera la valeur arrondie au centième.*
3. Déterminer la probabilité qu'au moins une erreur soit détectée. *On donnera la valeur arrondie au centième.*
4. On note $n$ le nombre de contrôles déclenchés chaque jour par la caisse. On souhaite que la probabilité qu'au moins une erreur soit détectée chaque jour soit supérieure à 99 %.
   (a) Écrire une inéquation d'inconnue $n$ traduisant cette situation.
   (b) À l'aide de la calculatrice, déterminer le nombre minimal de contrôles que doit déclencher la caisse chaque jour pour que cette contrainte soit respectée.