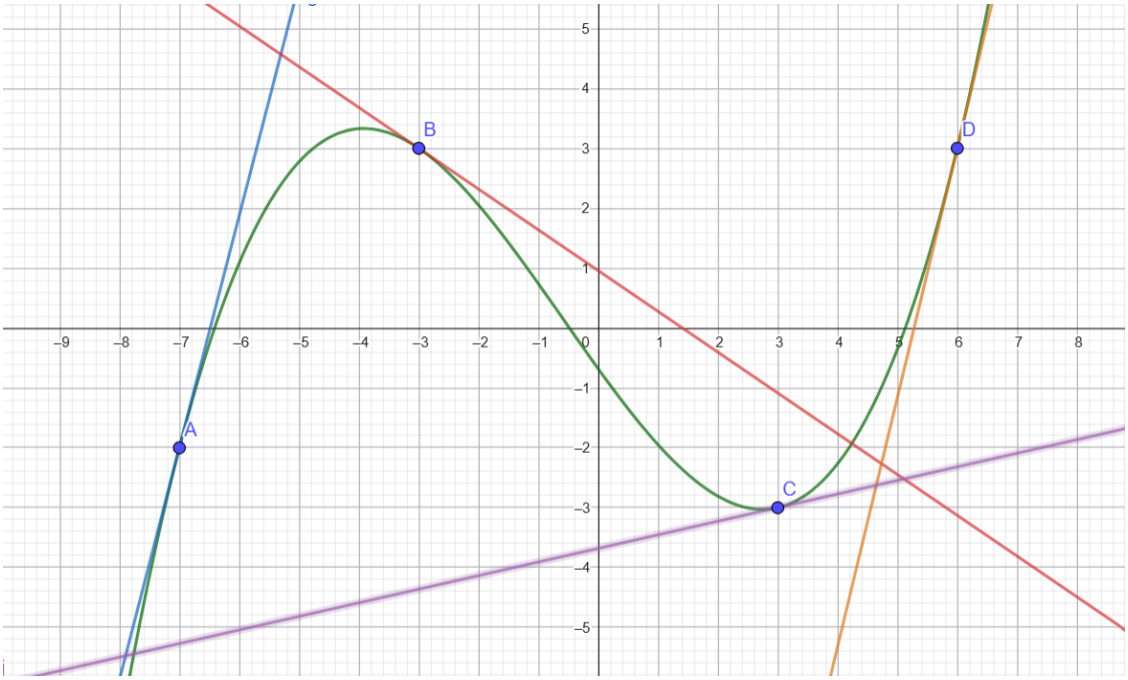
TERMINALE GÉNÉRALE — Lycée Yves Leborgne 2026 / 2027

Chapitre II : Continuité et Théorème des Valeurs Intermédiaires

Feuille d'exercices 1 : Rappels d'analyse et lectures graphiques

Exercice 1 : Lecture graphique, dérivation et tangentes

Le plan est muni d'un repère orthonormé ci-dessous. On a tracé la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ d'une fonction f dérivable sur $[-7{,}5\ ;\ 6{,}2]$ (en vert), ainsi que ses tangentes aux points A, B, C et D.



Les points remarquables de la courbe sont :

$$A(-7\ ;\ -2) \qquad B(-3\ ;\ 3) \qquad C(2{,}6\ ;\ -3) \qquad D(6\ ;\ 3)$$

Les droites tracées sont les tangentes à la courbe $\mathcal{C}_f$ aux points respectifs A (bleue), B (rouge), C (violette) et D (orange).

Partie A : Images, antécédents et équations

1. Déterminer graphiquement l'image par f de -7, de -3, de 0 et de 6.
2. Donner les éventuels antécédents de 0 par f.
3. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 3$.
4. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq 0$.

Partie B : Nombres dérivés et équations de tangentes

1. Donner, par lecture graphique du coefficient directeur de chaque droite, les nombres dérivés suivants :
$$f'(-7) \qquad f'(-3) \qquad f'(2{,}6) \qquad f'(6)$$
2. En déduire l'équation réduite de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$:
   (a) au point B d'abscisse -3 ;
   (b) au point A d'abscisse -7 ;
   (c) au point C d'abscisse 2,6.
3. Déterminer graphiquement les solutions de l'inéquation $f(x) \leq -\dfrac{2}{3}x + 1$.

Exercice 2 : Étude d'une fonction polynôme de degré 3

Soit f la fonction polynôme définie sur l'intervalle $[-4\ ;\ 3]$ par :

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 13$$

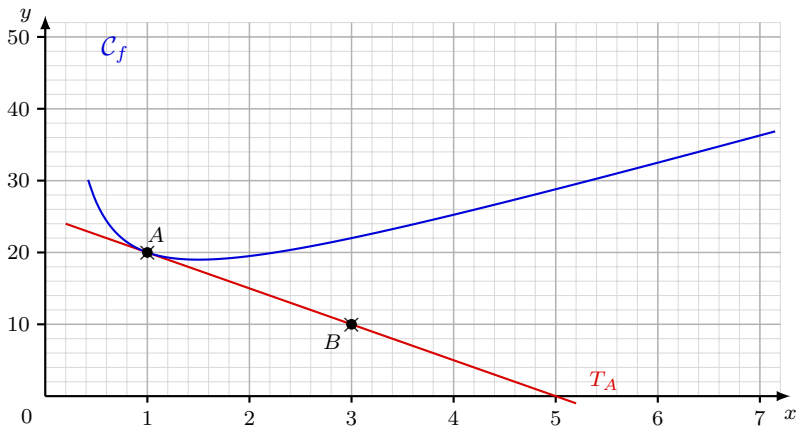
1. Déterminer la fonction dérivée f' de f sur $[-4\ ;\ 3]$.
2. (a) Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[-4\ ;\ 3]$.
   (b) En déduire le tableau de variations complet de la fonction f sur cet intervalle (on précisera les valeurs exactes aux bornes et aux extrema locaux).
3. Déterminer une équation de la tangente $\mathcal{T}_1$ à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1.
4. (a) Vérifier que 1 est une racine de $f(x)$.
   (b) Déterminer trois réels a, b et c tels que, pour tout $x \in [-4\ ;\ 3]$:

$$f(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$$

5. (a) Déterminer les valeurs exactes, puis approchées au centième, des racines du trinôme $ax^2 + bx + c$.
   (b) En déduire le tableau de signes de $f(x)$ sur l'intervalle $[-4\ ;\ 3]$.

Exercice 3 : D'après Baccalauréat Centres Étrangers – Épreuve anticipée de première, 8 juin 2026

Soit f une fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$.
On a tracé dans le repère ci-dessous la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f et la droite T_A tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point A de coordonnées $(1\ ;\ 20)$.
La droite T_A passe par le point B de coordonnées $(3\ ;\ 10)$.



1. (a) Donner $f(1)$.
   (b) Déterminer la valeur de $f'(1)$.
   (c) Justifier que l'équation réduite de la tangente T_A à $\mathcal{C}_f$ au point A est : $y = -5x + 25$.

Pour la suite de l'exercice, la fonction f est définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{4x^2 + 7x + 9}{x}$$

On admet que f est dérivable sur cet intervalle.

2. (a) Démontrer que pour tout $x \in]0\ ;\ +\infty[$, on a :

$$f'(x) = \frac{(2x-3)(2x+3)}{x^2}$$

(b) Étudier le signe de $f'(x)$ sur $]0\,;\,+\infty[$.

(c) En déduire les variations de la fonction f sur $]0\,;\,+\infty[$.

3. Existe-t-il une tangente à $\mathcal{C}_f$ parallèle à la droite d'équation $y = 3x + 5$? Justifier votre réponse.

Exercice 4 : D'après Épreuve anticipée de mathématiques, Asie, 15 juin 2026

Un lac qui alimente une région en électricité voit son niveau d'eau baisser depuis le début des années 2000.
En 2020, le niveau du lac était d'environ 1 100 mètres au-dessus du niveau de la mer. En dessous de 1 020 mètres, le niveau du lac est insuffisant pour permettre la production d'énergie hydroélectrique.
On modélise l'évolution du niveau du lac par une fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(t) = 1050\,\mathrm{e}^{-0{,}01t} + 50$$

où $f(t)$ est le niveau du lac en mètres et t le temps écoulé en années depuis 2020.

1. Le modèle proposé est-il cohérent avec le niveau du lac en 2020 ? Justifier votre réponse.
2. Montrer que, pour tout réel t de l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$, on a :

$$f'(t) = -10{,}5\,\mathrm{e}^{-0{,}01t}$$

3. En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$. Justifier.
4. On donne ci-dessous $\mathcal{C}_f$, la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal.



Lire, avec la précision permise par le graphique, l'année à partir de laquelle le niveau du lac sera insuffisant pour produire de l'énergie hydroélectrique.

Exercice 5 : Étude d'une fonction avec racine carrée

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,5]$ par :

$$f(x) = (3 - x)\sqrt{x}$$

On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1. Justifier que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $]0\,;\,5]$.

2. Montrer que, pour tout $x \in]0\ ;\ 5]$, on a :

$$f'(x) = \frac{3(1-x)}{2\sqrt{x}}$$

3. (a) Étudier le signe de $f'(x)$ sur $]0\ ;\ 5]$.
   (b) En déduire le tableau de variations complet de f sur $[0\ ;\ 5]$ (on indiquera les valeurs exactes des images aux bornes et à l'extremum).
4. Déterminer une équation réduite de la tangente $\mathcal{T}_4$ à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 4.
5. (a) Résoudre sur $[0\ ;\ 5]$ l'équation $f(x) = 0$.
   (b) Dresser le tableau de signes de $f(x)$ sur $[0\ ;\ 5]$.

Exercice 6 : Étude d'une fonction produit avec exponentielle

Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-1\ ;\ 6]$ par :

$$f(x) = (2x-5)\,\mathrm{e}^{-x+1}$$

On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1. Démontrer que, pour tout $x \in [-1\ ;\ 6]$, on a :

$$f'(x) = (-2x+7)\,\mathrm{e}^{-x+1}$$

2. (a) Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[-1\ ;\ 6]$.
   (b) En déduire le tableau de variations complet de f sur $[-1\ ;\ 6]$ (on précisera les valeurs exactes des images aux bornes et à l'extremum).
3. Déterminer une équation réduite de la tangente $\mathcal{T}_1$ à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1.
4. (a) Résoudre sur $[-1\ ;\ 6]$ l'équation $f(x) = 0$.
   (b) Dresser le tableau de signes de $f(x)$ sur l'intervalle $[-1\ ;\ 6]$.