TMATHS2 Lycée Yves Leborgne 2026 / 2027

Fiche d'exercices : Loi binomiale

Exercices d'application et sujets de bac

Exercice 1 : Contrôle qualité sur une chaîne de production

Une entreprise fabrique des circuits intégrés en grande série. On admet que la probabilité qu'un circuit prélevé au hasard dans la production soit défectueux est égale à 0,05.
On prélève au hasard un lot de 20 circuits. La production est suffisamment importante pour assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise. On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de circuits défectueux dans le lot.

1. Montrer que X suit une loi binomiale et préciser ses paramètres.
2. Calculer la probabilité que le lot ne contienne aucun circuit défectueux. Arrondir à 10^{-4}.
3. Calculer $P(X = 2)$ à l'aide de la formule du cours. Arrondir à 10^{-4}.
4. Calculer la probabilité que le lot contienne au plus deux circuits défectueux. Arrondir à 10^{-4}.
5. Sans calcul supplémentaire, donner la valeur de $P(X < 3)$. Justifier.
6. Calculer la probabilité que le lot contienne au moins un circuit défectueux.
7. Déterminer $E(X)$ et interpréter ce résultat dans le cadre de l'exercice.

Exercice 2 : Efficacité d'un traitement médical

Un laboratoire a mis au point un traitement curatif. On estime que la probabilité qu'un patient réagisse favorablement au traitement est égale à 0,8.
On administre ce traitement de façon indépendante à un groupe de 10 patients. Soit Y la variable aléatoire désignant le nombre de patients chez qui le traitement a été efficace.

1. Déterminer la loi suivie par la variable aléatoire Y.
2. Calculer la probabilité que le traitement soit efficace chez tous les patients. Arrondir à 10^{-4}.
3. Calculer la probabilité que le traitement soit efficace chez exactement 8 patients. Arrondir à 10^{-4}.
4. Calculer $P(Y > 7)$ à 10^{-4} près.
5. Calculer la probabilité qu'il y ait strictement moins de 6 réussites dans ce groupe. Arrondir à 10^{-4}.
6. Calculer la probabilité que le traitement soit efficace chez au moins la moitié des patients. Arrondir à 10^{-4}.
7. Déterminer l'espérance et l'écart-type de Y. Interpréter l'espérance.

Exercice 3 : Lancers francs au basket

Une joueuse de basket réussit chacun de ses lancers francs avec une probabilité de 0,7. Lors d'un entraînement, elle effectue une série de 25 lancers francs. On admet que les lancers sont indépendants les uns des autres.
On note Z la variable aléatoire égale au nombre de lancers francs réussis au cours de la série.

1. Justifier que Z suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer $P(Z = 20)$ et interpréter ce résultat. Arrondir à 10^{-4}.
3. Calculer $P(15 \leq Z \leq 20)$ à 10^{-4} près.
4. La joueuse manque au moins 5 lancers. Traduire cet événement à l'aide de Z, puis calculer sa probabilité. Arrondir à 10^{-4}.
5. Calculer l'espérance et l'écart-type de Z. Arrondir l'écart-type à 10^{-2}.
6. Déterminer le plus petit entier k tel que $P(Z \leq k) \geq 0{,}9$. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 4 : D'après Baccalauréat Polynésie, 13 mars 2023

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment.
Les utilisateurs de vélo d'une ville sont classés en deux catégories disjointes :

- ceux qui utilisent le vélo dans leurs déplacements professionnels ;
- ceux qui utilisent le vélo uniquement pour leurs loisirs.

Un sondage donne les résultats suivants :

- 21 % des utilisateurs ont moins de 35 ans. Parmi eux, 68 % utilisent leur vélo uniquement pour leurs loisirs alors que les autres l'utilisent dans leurs déplacements professionnels ;
- parmi les 35 ans ou plus, seuls 20 % utilisent leur vélo dans leurs déplacements professionnels, les autres l'utilisent uniquement pour leurs loisirs.

On interroge au hasard un utilisateur de vélo de cette ville. On considère les événements suivants :

- J : « la personne interrogée a moins de 35 ans » ;
- T : « la personne interrogée utilise le vélo dans ses déplacements professionnels ».

Partie A

1. Calculer la probabilité que la personne interrogée ait moins de 35 ans et utilise son vélo dans ses déplacements professionnels. *On pourra s'appuyer sur un arbre pondéré.*
2. Calculer la valeur exacte de la probabilité de T.
3. On considère à présent un habitant qui utilise son vélo dans ses déplacements professionnels. Démontrer que la probabilité qu'il ait moins de 35 ans est 0,30 à 10^{-2} près.

Partie B

Dans cette partie, on s'intéresse uniquement aux personnes utilisant leur vélo dans leurs déplacements professionnels. On admet que 30 % d'entre elles ont moins de 35 ans.
On sélectionne au hasard parmi elles un échantillon de 120 personnes auxquelles on soumet un questionnaire supplémentaire. On assimile la sélection de cet échantillon à un tirage aléatoire avec remise.
On note X la variable aléatoire représentant le nombre de personnes de l'échantillon ayant moins de 35 ans.
Dans cette partie, les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

1. Déterminer la nature et les paramètres de la loi de probabilité suivie par X.
2. Calculer la probabilité qu'au moins 50 utilisateurs de vélo parmi les 120 aient moins de 35 ans.

Exercice 5 : D'après Baccalauréat Amérique du Nord, 21 mai 2024

Un jeu vidéo récompense par un objet tiré au sort les joueurs ayant remporté un défi. L'objet tiré peut être « commun » ou « rare ». Deux types d'objets communs ou rares sont disponibles, des épées et des boucliers.
Les concepteurs du jeu vidéo ont prévu que :

- la probabilité de tirer un objet rare est de 7 % ;
- si on tire un objet rare, la probabilité que ce soit une épée est de 80 % ;
- si on tire un objet commun, la probabilité que ce soit une épée est de 40 %.

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Un joueur vient de remporter un défi et tire au sort un objet. On note :

- R l'événement « le joueur tire un objet rare » ;
- E l'événement « le joueur tire une épée » ;
- $\overline{R}$ et $\overline{E}$ leurs événements contraires respectifs.

1. Dresser un arbre pondéré modélisant la situation, puis calculer $P(R \cap E)$.
2. Calculer la probabilité de tirer une épée.
3. Le joueur a tiré une épée. Déterminer la probabilité que ce soit un objet rare. Arrondir le résultat au millième.

Partie B

Un joueur remporte 30 défis. On note X la variable aléatoire correspondant au nombre d'objets rares que le joueur obtient après avoir remporté ces 30 défis. Les tirages successifs sont considérés comme indépendants.

1. Déterminer, en justifiant, la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X. Préciser ses paramètres, ainsi que son espérance.
2. Déterminer $P(X < 6)$ à 10^{-3} près.
3. Déterminer la plus grande valeur de k telle que $P(X \geq k) \geq 0{,}5$. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice. *On pourra utiliser la calculatrice pour tester plusieurs valeurs de k.*