Exercices d'analyse : Étude de fonctions

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur $[-1\,;\,5]$ par :

$$f(x) = (3x+1)\mathrm{e}^{-3x}.$$

1. Calculer $f'(x)$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau des variations de f.
3. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[-1\,;\,5]$. Donner une valeur approchée de α à 10^{-3} près.
4. En déduire le signe de f sur $[-1\,;\,5]$.

Exercice 2

Soit g la fonction définie sur $[-2\,;\,2]$ par :

$$g(x) = 3x\,\mathrm{e}^{-x^2}.$$

1. Calculer $g'(x)$.
2. Étudier le signe de $g'(x)$ et dresser le tableau des variations de g sur $[-2\,;\,2]$.
3. Démontrer que l'équation $g(x) = 1$ admet 2 solutions α et β sur $[-2\,;\,2]$. Donner une valeur approchée de α et β à 10^{-3} près.
4. Déterminer une équation de la tangente à $\mathcal{C}_g$ au point d'abscisse 1.