TERMINALE SPÉCIALITÉ — Lycée Yves Leborgne 2026 / 2027

Chapitre 3 : Suites numériques — Fiche d'exercices 1

Exercice 1 : Calculs de termes et conjectures

Pour chacune des suites ci-dessous :

1.) Calculer les termes u_1, u_2 et u_3 (ainsi que u_0 si nécessaire).

2.) Conjecturer le sens de variation de la suite.

3.) Conjecturer le comportement à l'infini (convergence vers une limite finie ou divergence vers l'infini).

Suites étudiées :

a.) (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $u_n = \dfrac{2n-1}{n+1}$.

b.) (v_n) définie par $v_0 = 5$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$: $v_{n+1} = \dfrac{1}{2}v_n + 1$.

c.) (w_n) définie par $w_0 = 1$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$: $w_{n+1} = w_n + 2n + 1$.

d.) (t_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $t_n = \dfrac{(-1)^n}{n+1}$.

Exercice 2 : Étude du sens de variation

Déterminer le sens de variation de chacune des suites suivantes en utilisant la méthode la plus appropriée :

1.) La suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $u_n = n^2 - 6n + 5$.

2.) La suite (v_n) définie pour tout entier $n \geq 1$ par : $v_n = \dfrac{2^n}{n+1}$.
(On pensera à justifier au préalable le signe des termes de la suite.)

Exercice 3 : Calculs de limites

Déterminer la limite de chacune des suites suivantes en justifiant soigneusement à l'aide des limites usuelles et des théorèmes d'opérations (somme, produit, inverse) :

1.) Opérations directes :

a.) $u_n = 3n^2 - 4 + \sqrt{n}$

b.) $v_n = \left(\dfrac{2}{n^2} - 5\right)(3 + \sqrt{n})$

c.) $w_n = \dfrac{4 - \dfrac{1}{n}}{2 + \dfrac{3}{n^2}}$

2.) Levée d'indétermination de la forme « $\infty - \infty$ » :

a.) $a_n = 2n^2 - 5n + 1$

b.) $b_n = n - \sqrt{n}$

3.) Levée d'indétermination liée aux quotients :

a.) $c_n = \dfrac{3n^2 - 2n}{n^2 + 5}$

b.) $d_n = \dfrac{2n-1}{n^2+3}$

4.) Limites de suites géométriques :

a.) $x_n = 2^n - 3$

b.) $y_n = 4 \times \left(\dfrac{1}{3}\right)^n + 2$

c.) $z_n = \dfrac{3^n - 2^n}{3^n + 2^n}$

Exercice 4

Déterminer la limite de chacune des suites suivantes :

a.) $u_n = 5n^3 + 2n - 7$

b.) $v_n = \left(4 - \dfrac{5}{\sqrt{n}}\right)\left(-2n^2 + 1\right)$

c.) $w_n = \dfrac{3 + \dfrac{2}{n}}{1 - \dfrac{4}{n^2}}$

d.) $a_n = -3n^2 + 7n - 2$

e.) $b_n = 2n - 3\sqrt{n}$

f.) $c_n = \dfrac{5n^2 + 4n - 1}{2n^2 - 3}$

g.) $d_n = \dfrac{4n + 7}{n^3 + 2}$

h.) $e_n = \dfrac{2n^3 - 1}{3n + 5}$

i.) $x_n = 5 - 3 \times 4^n$

j.) $y_n = 7 \times \left(\dfrac{2}{5}\right)^n - 3$

k.) $z_n = \dfrac{5^n - 4^n}{5^n + 4^n}$

Exercice 5 : Comparaison de deux évolutions salariales

Marc et Sophie sont embauchés dans la même entreprise le même mois (noté mois 0).

- Marc commence avec un salaire mensuel de 1 800 . Son contrat prévoit une augmentation fixe de 10 par mois.
- Sophie commence avec un salaire mensuel de 1 600 . Son contrat prévoit une augmentation de 0,8 % par mois.

Pour tout entier naturel n, on note M_n le salaire mensuel de Marc et S_n le salaire mensuel de Sophie au bout de n mois. Ainsi, $M_0 = 1\,800$ et $S_0 = 1\,600$.

1.) Calculs des premiers termes :

a.) Déterminer le salaire de Marc puis celui de Sophie au bout d'un mois (M_1 et S_1).

b.) Déterminer le salaire de Marc puis celui de Sophie au bout de deux mois (M_2 et S_2). On arrondira au centime d'euro si nécessaire.

2.) Modélisation et expressions explicites :

a.) Préciser la nature de la suite (M_n) et de la suite (S_n). Justifier.

b.) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, exprimer M_n et S_n en fonction de n.

3.) Comparaison des salaires mensuels :

a.) À l'aide de la calculatrice (tableur ou tableau de valeurs), déterminer le rang n à partir duquel le salaire mensuel de Sophie devient strictement supérieur à celui de Marc.

b.) Combien d'années et de mois cela représente-t-il ?

4.) Comparaison des revenus cumulés sur 4 ans : On s'intéresse au total des revenus perçus par chacun au cours des 4 premières années (soit pendant les 48 premiers mois, du mois 0 au mois 47).

a.) Calculer le montant total cumulé gagné par Marc en 4 ans :

$$\sum_{k=0}^{47} M_k = M_0 + M_1 + \cdots + M_{47}$$

b.) Calculer le montant total cumulé gagné par Sophie en 4 ans :

$$\sum_{k=0}^{47} S_k = S_0 + S_1 + \cdots + S_{47}$$

c.) Qui a perçu le cumul le plus élevé au terme de ces 4 années ?

Exercice 6 : Étude d'une suite arithmético-géométrique

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 14$ et, pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = 0{,}5\, u_n + 3$$

1.) Calculer u_1 et u_2. La suite (u_n) est-elle arithmétique ? géométrique ?

2.) On introduit la suite auxiliaire (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

$$v_n = u_n - 6$$

a.) Calculer v_0.

b.) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $q = 0{,}5$.

c.) En déduire l'expression de v_n en fonction de n pour tout $n \in \mathbb{N}$.

3.) Formule explicite, sens de variation et limite de (u_n) :

a.) Justifier que, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_n = 6 + 8 \times 0{,}5^n$$

b.) Déterminer le sens de variation de la suite (u_n).

c.) Déterminer la limite de la suite (u_n).

Exercice 7 : Modélisation financière avec apport régulier

Un investisseur place initialement un capital de 2 000 sur un compte rémunéré au taux de 5 % par an. De plus, il s'engage à verser sur ce compte une somme fixe de 100 à la fin de chaque année.

Pour tout entier naturel n, on note C_n le capital total disponible sur le compte au bout de n années. On a ainsi $C_0 = 2\,000$.

1.) Modélisation :

a.) Calculer le capital C_1 au bout d'un an, puis C_2 au bout de deux ans.

b.) Justifier que, pour tout entier naturel n, $C_{n+1} = 1{,}05\,C_n + 100$.

2.) Étude de la suite à l'aide d'une suite auxiliaire : On pose, pour tout entier naturel n :

$$w_n = C_n + 2\,000$$

a.) Calculer w_0.

b.) Démontrer que la suite (w_n) est une suite géométrique de raison $q = 1{,}05$.

c.) Exprimer w_n en fonction de n pour tout $n \in \mathbb{N}$.

d.) En déduire que, pour tout entier naturel n :

$$C_n = 4\,000 \times 1{,}05^n - 2\,000$$

3.) Sens de variation et comportement à long terme :

a.) Étudier le sens de variation de la suite (C_n). Le résultat obtenu est-il cohérent avec la situation concrète ?

b.) Déterminer la limite de la suite (C_n) lorsque n tend vers $+\infty$.

4.) Algorithmique (recherche de seuil) : L'investisseur souhaite savoir au bout de combien d'années son capital dépassera un montant cible S donné en euros (par exemple 10 000).

Compléter la fonction Python suivante afin qu'elle renvoie le nombre d'années nécessaires pour que le capital dépasse le montant cible `S` :

```
def seuil(S):
    n = ......
    C = ......
    while C ............:
        C = ............
        n = ............
    return n
```