QCM – Corrigé

Résumé des réponses

— Q1 : C
— Q2 : A
— Q3 : B
— Q4 : B
— Q5 : A

Correction

1.

Le vecteur directeur de (AB) a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et le vecteur directeur de (d) a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Coordonnées non proportionnelles :

$$\frac{2}{1} \neq \frac{1}{-1} \quad \Rightarrow \quad \vec{AB} \text{ et } \vec{v} \text{ non colinéaires.}$$

Donc (AB) et (d) ne sont ni parallèles ni confondues.

On cherche une intersection :

$$(AB) \begin{cases} x = 1 + k \\ y = k \\ z = 2 - k \end{cases} \qquad (d) \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 2t \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 + k = 1 + t \\ k = 2 - t \\ 2 - k = 2t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = t \\ k = 2 - t \end{cases} \Rightarrow t = 1,\ k = 1$$

Troisième équation :

$$2 - 1 = 2 \times 1 \iff 1 = 2 \quad \text{impossible.}$$

Les droites ne sont pas sécantes, et comme elles ne sont pas parallèles : elles sont **non coplanaires**.
(C)

2.

Les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ ont pour coordonnées respectives $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 2 \times 1 + 1 \times 2 + (-1) \times 0 = 4$$

$$AB = \sqrt{6} \qquad AC = \sqrt{5}$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC}) \Rightarrow 4 = \sqrt{6}\sqrt{5}\cos(\widehat{BAC}) \Rightarrow \cos(\widehat{BAC}) = \frac{4}{\sqrt{30}}$$

$$\widehat{BAC} \approx 43° \textbf{(A)}$$

3.

Un vecteur normal à (P) a pour coordonnées $\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$. Le vecteur directeur de (d) a pour coordonnées $\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix} = 1 - 1 + 2 = 2 \neq 0$$

Donc (d) n'est ni parallèle à (P) ni contenue dans (P).

De plus, coordonnées non proportionnelles :

$$\frac{1}{1} \neq \frac{1}{-1} \quad \Rightarrow \quad \vec{n}_0 \text{ et } \vec{v} \text{ non colinéaires,}$$

donc (d) n'est pas orthogonale à (P).

Conclusion : (d) est **sécante** à (P) et **non orthogonale**. **(B)**

4.

Un vecteur normal à (P') a pour coordonnées $\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}$ et un vecteur normal à (P) a pour coordonnées $\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$.

Coordonnées non proportionnelles :

$$\frac{1}{1} \neq \frac{-1}{1} \quad \Rightarrow \quad \vec{n} \text{ et } \vec{n}_0 \text{ non colinéaires,}$$

donc (P) et (P') ne sont pas parallèles (ils sont sécants).

$$\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} = 1 - 1 + 2 = 2 \neq 0$$

Donc (P) et (P') ne sont pas orthogonaux.

Conclusion : plans **sécants** et **non orthogonaux**. **(B)**

5.

Soit H le projeté orthogonal de B sur (P).

Comme H est un projeté orthogonal :

— $H \in (P)$;

— la droite (BH) est orthogonale au plan (P), donc elle est dirigée par un vecteur normal à (P).

Un vecteur normal à (P) a pour coordonnées $\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$, donc une représentation paramétrique de (BH) est :

$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

Or $H \in (P)$, donc ses coordonnées vérifient l'équation de (P) :

$$(3 + t) + (1 + t) + (1 + t) - 3 = 0 \Rightarrow 2 + 3t = 0 \Rightarrow t = -\frac{2}{3}$$

Ainsi :

$$H\left(\frac{7}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right) \textbf{(A)}$$