QCM – Géométrie dans l'espace — Sujet D Corrigé

Question 1

$$\vec{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$$

$$\vec{u}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$$

où $\vec{u}$ est un vecteur directeur de (d).

$$\vec{u} = \vec{AB},$$

ils sont égaux donc colinéaires.

Regardons si $A(1,1,2) \in (d)$.

$$\begin{cases} 1 = 1+t \\ 1 = 2 \\ 2 = 1-t \end{cases} \iff \begin{cases} t = 0 \\ 1 = 2 \quad \text{impossible} \\ t = -1 \end{cases}$$

Donc $A \notin (d)$ et (AB) et (d) sont strictement parallèles.

Question 2

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} = 1.$$

$$AB = \sqrt{2} \qquad AC = 1.$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \times AC \times \cos\widehat{BAC}$$

$$1 = \sqrt{2}\cos\widehat{BAC}$$

$$\cos\widehat{BAC} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\widehat{BAC} = \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 45°.$$

Question 3

$$\vec{n}_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

orthogonal à (P) et $\vec{u} = \vec{n}_0$.

Donc (d) est orthogonale à (P).

Question 4

$$\vec{n}_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad \vec{n} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{n}_0 = -\vec{n}.$$

Les plans (P) et (P') sont parallèles ou confondus.

Or

$$1 - 2 + 2 = 1 \neq 0$$

donc $A \notin (P)$.

Ainsi (P) et (P') sont strictement parallèles.

Question 5

Équation de la droite perpendiculaire à (P) passant par A :

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 \\ z = 2 - t \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}.$$

Les coordonnées de H vérifient l'équation de (P) :

$$(1 + t) - (2 - t) + 2 = 0$$

$$1 + 2t = 0 \qquad t = -\frac{1}{2}.$$

$$\begin{cases} x_H = 1 - \frac{1}{2} \\ y_H = 1 \\ z_H = 2 + \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$H\left(\frac{1}{2}, 1, \frac{5}{2}\right).$$