Corrigé du baccalauréat Asie

Sujet 1 – 11 juin 2025

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

A. P. M. E. P.

EXERCICE 1 **5 points**

Affirmation 1 : Fausse.

Le vecteur $\overrightarrow{\text{AB}}$ a pour coordonnées $\overrightarrow{\text{AB}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\text{AC}}$ a pour coordonnées : $\overrightarrow{\text{AC}}\begin{pmatrix}\alpha-1\\2\\\alpha\end{pmatrix}$.

Quel que soit le réel α, ces coordonnées ne sont pas proportionnelles, donc les vecteurs ne sont pas colinéaires, et ils définissent bien un plan.

Cependant, le repère étant orthonormé, on peut utiliser les coordonnées pour calculer un produit scalaire : $\overrightarrow{\text{AC}}\cdot\vec{\jmath}=(\alpha-1)\times 0+2\times 1+\alpha\times 0=2$.

On constate que les vecteurs $\vec{\jmath}$ et $\overrightarrow{\text{AC}}$ ne sont pas orthogonaux, donc $\vec{\jmath}$ n'est pas un vecteur normal au plan (ABC) : cette partie de l'affirmation est donc fausse.

Affirmation 2 : Fausse.

En interprétant le système de représentation paramétrique, la droite (d) est dirigée par $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$. On rappelle : $\overrightarrow{\text{AC}}\begin{pmatrix}\alpha-1\\2\\\alpha\end{pmatrix}$.

Pour que les droites soient parallèles, il faudrait que les vecteurs $\vec{u}$ et $\overrightarrow{\text{AC}}$ soient proportionnels, or, ici, ils ont la même ordonnée, donc ils devraient être égaux.

Or, si on choisit α égal à 1, les altitudes seront égales, mais pas les abscisses, si on choisit α égal à 2, alors les abscisses seront égales, mais pas les altitudes, et, pour tout autre réel α, les abscisses et altitudes seront différentes entre les deux vecteurs.

Quel que soit le réel α, les vecteurs $\vec{u}$ et $\overrightarrow{\text{AC}}$ sont donc non colinéaires, et les droites ne sont pas parallèles : l'affirmation est donc fausse.

Affirmation 3 : Vraie.

O étant l'origine du repère, les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{\text{OA}}$ sont celles du point A, donc celles de $\overrightarrow{\text{AO}}$ sont : $\begin{pmatrix}-1\\-1\\0\end{pmatrix}$. On rappelle $\overrightarrow{\text{AB}}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$.

On a donc, dans le repère orthonormé : $\overrightarrow{\text{AO}}\cdot\overrightarrow{\text{AB}}=-1\times 1+(-1)\times 0+0\times 0=-1$.

Par ailleurs, on a : $\text{AO}=\sqrt{(-1)^2+(-1)^2+0^2}=\sqrt{2}$, et $\text{AB}=\sqrt{1^2+0^2+0^2}=\sqrt{1}=1$.

On a donc aussi : $\overrightarrow{\text{AO}}\cdot\overrightarrow{\text{AB}}=\text{AO}\times\text{AB}\times\cos\left(\widehat{\text{OAB}}\right)=\sqrt{2}\cos\left(\widehat{\text{OAB}}\right)$.

En égalant les deux expressions du produit scalaire, il vient : $-1=\sqrt{2}\cos\left(\widehat{\text{OAB}}\right)$,

ce qui équivaut à : $\cos\left(\widehat{\text{OAB}}\right)=\dfrac{-1}{\sqrt{2}}=\dfrac{-\sqrt{2}}{2}$.

On reconnaît ici l'opposé du cosinus d'un angle de $\dfrac{\pi}{4}$, ce qui est donc le cosinus d'un angle de mesure $\pi-\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{3\pi}{4}$, soit effectivement 135°.

Affirmation 4 : Fausse.

Avec les coordonnées données pour H et la représentation paramétrique de (d), pour avoir $x_{\text{H}}=1+t$, il faut avoir $t=0$, et donc les ordonnées et altitudes ne correspondront pas : le point H n'est pas sur la droite (d), donc il n'est pas le projeté orthogonal de A sur (d).

Affirmation 5 : Vraie

Soit t un réel quelconque et M_t le point de paramètre t sur la droite (d).
La distance OM_t est donnée par :
$OM_t = \sqrt{(1+t)^2+(2t)^2+(-t)^2} = \sqrt{1+2t+t^2+4t^2+t^2} = \sqrt{6t^2+2t+1}$.
On a donc : $OM_t = 1 \iff \sqrt{6t^2+2t+1} = 1$

$$\iff 6t^2+2t+1 = 1$$
$$\iff 6t^2+2t = 0$$
$$\iff 2t(3t+1) = 0$$
$$\iff 2t = 0 \quad \text{ou} \quad 3t+1 = 0$$
$$\iff t = 0 \quad \text{ou} \quad t = -\frac{1}{3}$$

L'équation a deux solutions, il y a donc exactement deux points de la droite (d) qui sont sur la sphère : les points de paramètre 0 et $-\frac{1}{3}$, l'affirmation est vraie.

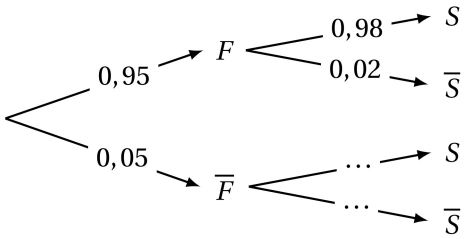
EXERCICE 2 **5 points**

Puisqu'on choisit un jouet au hasard dans la production, on est en situation d'équiprobabilité, et donc les proportions sont assimilables à des probabilités.

Partie A

1. D'après l'énoncé 95% des jouets réussissent le test de fabrication et, parmi les jouets qui réussissent le test de fabrication, 98% réussissent le test de sécurité, donc $P(F) = 0,95$ et $P_F(S) = 0,98$.

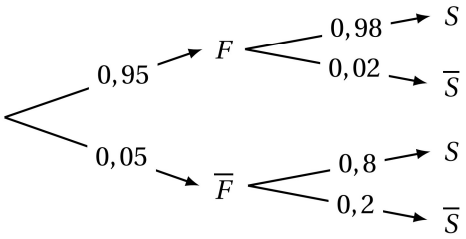
2. **a.** Un arbre pondéré qui illustre la situation avec les données disponibles dans l'énoncé (ainsi que les probabilités d'évènement contraire, triviales) est :



b. D'après l'énoncé 1% des jouets ne réussissent aucun des deux tests donc $P\left(\overline{F} \cap \overline{S}\right) = 0,01$.

$P_{\overline{F}}\left(\overline{S}\right) = \dfrac{P\left(\overline{F} \cap \overline{S}\right)}{P\left(\overline{F}\right)} = \dfrac{0,01}{0,05} = 0,2$

L'arbre complet est donc :



3. $P\left(F \cap S\right) = P(F) \times P_F(S) = 0,95 \times 0,98 = 0,931$

La probabilité que le jouet choisi réussisse les deux tests est égale à 0,93.