# Chapitre VIII — Équations différentielles

Fiche d'exercices 1

## Exercice 1 — Équations du type $y' = f$

Résoudre sur $\mathbb{R}$ les équations différentielles suivantes en tenant compte de la condition initiale.

1. $y' = 4x^3 - 6x + 2$ avec $y(1) = 5$.
2. $y' = \cos(x) + e^x$ avec $y(0) = 2$.
3. $y' = \dfrac{2x}{x^2+1}$ avec $y(0) = 3$.

## Exercice 2 — Équations du type $y' = ay$

Résoudre sur $\mathbb{R}$ les équations différentielles suivantes (sans condition initiale).

1. $y' = 5y$.
2. $y' + 3y = 0$.
3. $2y + 4y' = 0$.

## Exercice 3 — Équations du type $y' = ay$ avec condition initiale

Résoudre sur $\mathbb{R}$ les équations différentielles suivantes en tenant compte de la condition initiale.

1. $y' = -2y$ avec $y(0) = 7$.
2. $y' + \dfrac{1}{2}y = 0$ avec $y(2) = 1$.
3. $3y' - y = 0$ avec $y(-1) = e$.

## Exercice 4 — Équation du type $y' = ay + f$

On considère l'équation différentielle

$$(E) : \quad y' = -y + x.$$

1. Vérifier que la fonction $y_0$ définie sur $\mathbb{R}$ par $y_0(x) = x - 1$ est une solution particulière de $(E)$.
2. En déduire l'ensemble des solutions de $(E)$ sur $\mathbb{R}$.
3. Déterminer l'unique solution $y$ de $(E)$ vérifiant la condition initiale $y(0) = 2$.

## Exercice 5 — Équations du type $y' = ay + b$

Résoudre sur $\mathbb{R}$ les équations différentielles suivantes en tenant compte de la condition initiale.

1. $y' = 3y + 6$ avec $y(0) = 1$.
2. $y' + 2y = 8$ avec $y(1) = 5$.
3. $2y' - y + 6 = 0$ avec $y(0) = 4$.