Fiche d'exercices – Intégration

Planche 1

Exercice 1
Soit f la fonction définie sur $[1;5]$ par $f(x) = 3$.
Représenter f dans un repère puis calculer $\displaystyle\int_1^5 f(x)\,dx$.

Exercice 2
Soit f la fonction définie sur $[0;4]$ par $f(x) = 2x$.
Représenter f dans un repère puis calculer $\displaystyle\int_0^4 f(x)\,dx$.

Exercice 3
Soit f la fonction définie sur $[1;5]$ par $f(x) = x + 1$.
Représenter f dans un repère puis calculer $\displaystyle\int_1^5 f(x)\,dx$.

Exercice 4
Soit f la fonction définie sur $[-2;4]$ par $f(x) = 2$.
Représenter f dans un repère puis calculer $\displaystyle\int_{-2}^4 f(x)\,dx$.

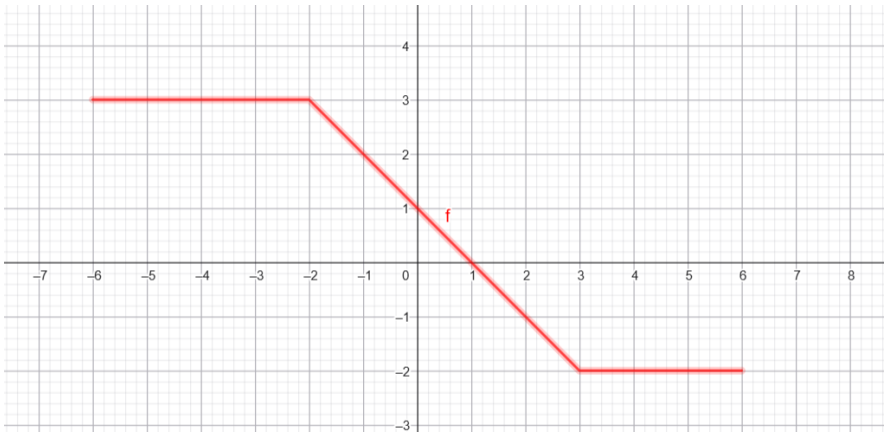
Exercice 5
Soit f la fonction définie sur $[0;3]$ par $f(x) = 5x$.
Représenter f dans un repère puis calculer $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,dx$.

Exercice 6
Soit f la fonction définie sur $[0;4]$ par $f(x) = -x + 6$.
Représenter f dans un repère puis calculer $\displaystyle\int_1^4 f(x)\,dx$.

Exercice 7
Soit f la fonction définie sur $[0;4]$ par $f(x) = x - 2$.
Représenter f dans un repère puis calculer $\displaystyle\int_0^4 f(x)\,dx$.

Exercice 8
Soit f la fonction définie sur $[0;6]$ par $f(x) = 6 - 2x$.
Représenter f dans un repère puis calculer $\displaystyle\int_0^6 f(x)\,dx$.

Exercice 9
Soit f la fonction définie sur $[-6;6]$ dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.

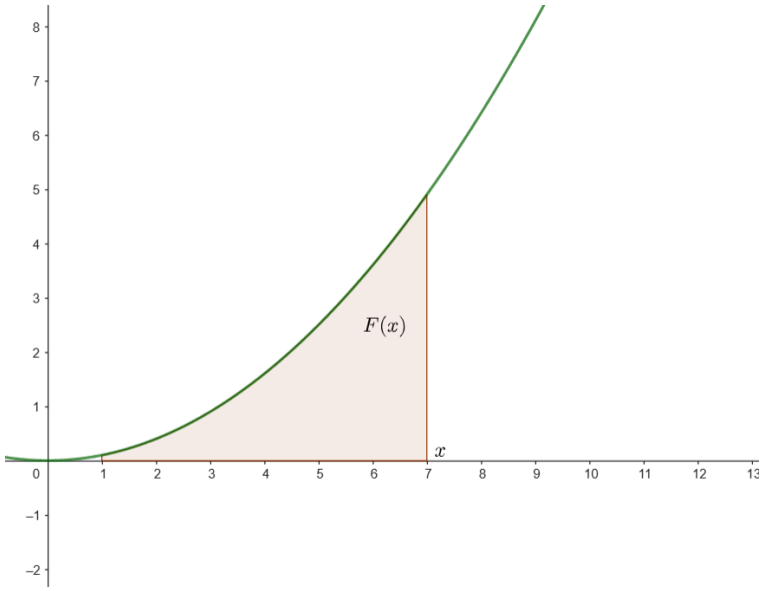


Calculer $\displaystyle\int_{-6}^{6} f(x)\,dx$.

Exercice 10

Soit f une fonction continue, positive et croissante sur $[a;+\infty[$.
On définit la fonction F sur $[a;+\infty[$ par :

$$F(x) = \int_a^x f(t)\,dt$$



1. Interpréter géométriquement $F(x)$ et $F(x+h) - F(x)$.
2. Montrer que pour tout $x \in [a;+\infty[$ et tout $h > 0$:

$$F(x+h) - F(x) = \int_x^{x+h} f(t)\,dt$$

Puis en déduire que :

$$h\,f(x) \leq F(x+h) - F(x) \leq h\,f(x+h)$$

3. Montrer que cette inégalité reste vraie pour tout $h < 0$.
4. En déduire que F est dérivable sur $[a;+\infty[$ et que :$F'(x) = f(x)$

Exercice 11
Déterminer une primitive F de la fonction f sur l'intervalle donné.

1. $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ sur $\mathbb{R}$
2. $f(x) = \dfrac{2x}{x^2+1}$ sur $\mathbb{R}$
3. $f(x) = e^{2x}$ sur $\mathbb{R}$
4. $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$ sur $]0, +\infty[$

Exercice 12
Déterminer la primitive F de la fonction f vérifiant la condition donnée.

1. $f(x) = 2x + 3$ sur $\mathbb{R}$ et $F(0) = 1$
2. $f(x) = e^x$ sur $\mathbb{R}$ et $F(1) = 0$
3. $f(x) = \dfrac{1}{x}$ sur $]0, +\infty[$ et $F(1) = 2$

Exercice 13
Calculer les intégrales suivantes.

1. $\displaystyle\int_0^2 (2x^3 - 3x^2 + x + 4)\,dx$
2. $\displaystyle\int_1^3 (x^2 - 2x + 5)\,dx$
3. $\displaystyle\int_1^4 \frac{1}{x}\,dx$
4. $\displaystyle\int_0^1 e^{2x}\,dx$
5. $\displaystyle\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx$
6. $\displaystyle\int_0^2 \frac{2x}{x^2+1}\,dx$
7. $\displaystyle\int_0^2 (2x-1)^3\,dx$
8. $\displaystyle\int_0^1 \frac{3}{3x+1}\,dx$

Exercice 14
Calculer les intégrales suivantes.

1. $\displaystyle\int_0^1 xe^x\,dx$
2. $\displaystyle\int_1^2 x\ln x\,dx$
3. $\displaystyle\int_0^\pi x\cos x\,dx$
4. $\displaystyle\int_0^1 xe^{-x}\,dx$