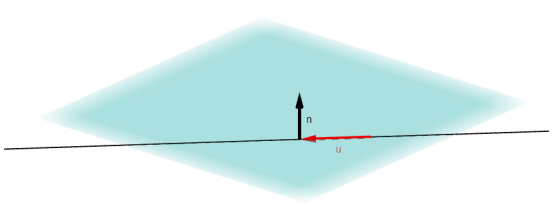
5) Position d'une droite et d'un plan

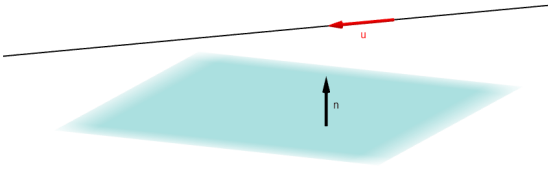
Soit d une droite de vecteur directeur $\vec{u}$ et (P) un plan de vecteur normal $\vec{n}$.

Propriété

La droite d est parallèle au plan (P) si et seulement si

$$\vec{u} \perp \vec{n}.$$





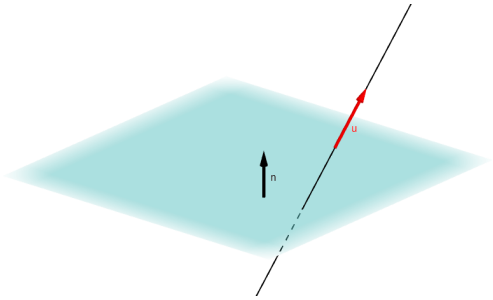
Remarque (parallèle strictement ou contenue)

Pour savoir si la droite est strictement parallèle ou contenue dans le plan, il suffit de vérifier si un point de la droite appartient au plan. On peut aussi vérifier que les coordonnées d'un système d'équations paramétriques de la droite vérifient l'équation cartésienne du plan.

Cas sécant

Si $\vec{u}$ n'est pas orthogonal à $\vec{n}$, alors la droite est sécante au plan : elle le coupe en un point unique.

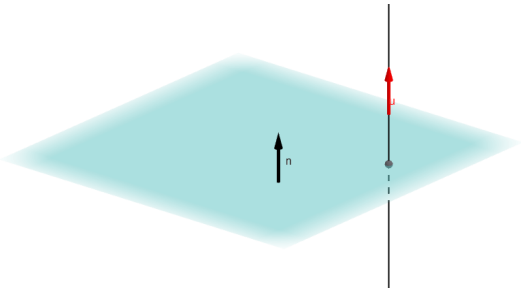
Pour déterminer le point d'intersection, on écrit une représentation paramétrique de la droite et on cherche la valeur du paramètre pour laquelle le point appartient au plan.



Propriété : Orthogonalité

$d \perp (P) \iff \vec{u}$ est colinéaire à $\vec{n}$.

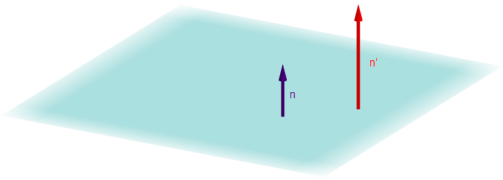
L'orthogonalité est un cas particulier de droite sécante.

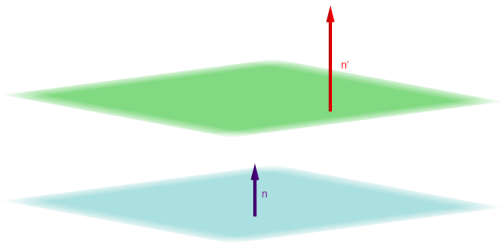


6) Position de deux plans

Soient (P) et (P') deux plans de vecteurs normaux respectifs $\vec{n}$ et $\vec{n}'$.

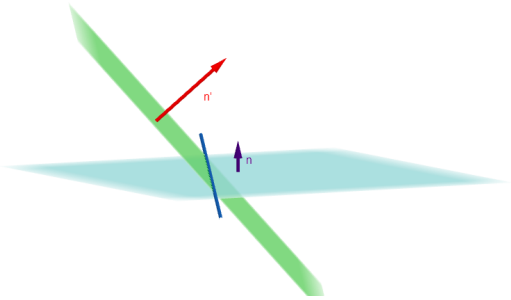
> **Propriété**
> Les plans (P) et (P') sont parallèles si et seulement si les vecteurs normaux $\vec{n}$ et $\vec{n}'$ sont colinéaires.





Remarque (plans strictement parallèles ou confondus)
Pour savoir s'ils sont strictement parallèles ou confondus, il suffit de vérifier si un point de l'un appartient à l'autre.

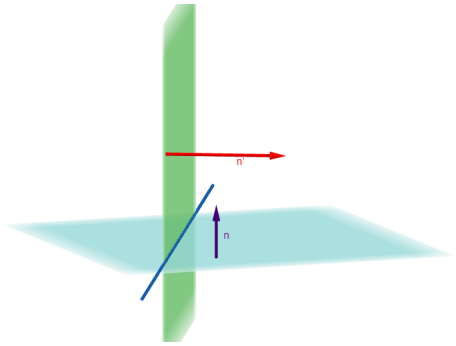
Cas sécant
Si $\vec{n}$ et $\vec{n}'$ ne sont pas colinéaires, alors les plans sont sécants : leur intersection est une droite de vecteur directeur $\vec{u}$.
$\vec{u}$ est un vecteur directeur de d ssi $\vec{u} \perp \vec{n}$ et $\vec{u} \perp \vec{n}'$



Remarque (cas particulier d'orthogonalité)
Les plans (P) et (P') sont orthogonaux si et seulement si

$$\vec{n} \perp \vec{n}'.$$

L'orthogonalité est un cas particulier de plans sécants.



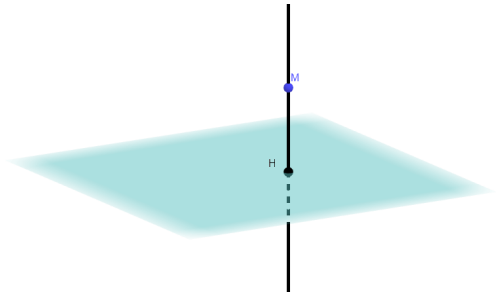
7) Projeté orthogonal d'un point sur un plan

Soit M un point de l'espace et (P) un plan de vecteur normal $\vec{n}$.

Définition

Le projeté orthogonal de M sur le plan (P) est le point H tel que :

- H appartient au plan (P),
- la droite (MH) est orthogonale au plan (P).



Méthode

- La droite (MH) est dirigée par le vecteur normal du plan.
- On écrit l'équation paramétrique de la droite passant par M et de vecteur directeur $\vec{n}$.
- On cherche l'intersection de cette droite avec le plan.
- Le point obtenu est le projeté orthogonal H.