Fiche d'exercices – Intégration

Florilège Bac 2025

Exercice 1 **(Amérique du Nord – Sujet 1 – 21 mai 2025)**

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (x^2 + 3x + 2)e^{-x}.$$

On admet que f est positive sur l'intervalle $[0; +\infty[$.
On considère la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par

$$F(x) = (-x^2 - 5x - 7)e^{-x}.$$

1. Vérifier que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
2. Soit α un réel positif.
   Déterminer l'aire $\mathcal{A}(\alpha)$, exprimée en unité d'aire, du domaine du plan délimité par l'axe des abscisses, la courbe représentative de f et les droites d'équation $x = 0$ et $x = \alpha$.

Exercice 2 **(Asie – 11 juin 2025)**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}.$$

1. Justifier que f est positive sur l'intervalle $]0; +\infty[$.
2. On pose
   $$I = \int_1^2 f(x)\,dx.$$
   Calculer I.
3. Interpréter graphiquement le résultat.

Exercice 3 **(d'après Asie – 12 juin 2025)**

Dans un laboratoire, on étudie une réaction chimique dans un réacteur fermé, sous certaines conditions.
Le traitement numérique des données expérimentales a permis de modéliser la température de cette réaction chimique en fonction du temps.
La température, exprimée en degré Celsius, au temps t exprimé en minute, est donnée par la fonction f définie sur $[0; 10]$ par

$$f(t) = (60t + 40)e^{-0{,}5t}.$$

1. À l'aide d'une intégration par parties, montrer que
   $$\int_0^4 f(t)\,dt = 320 - \frac{800}{e^2}.$$
2. En déduire une valeur approchée, au degré Celsius près, de la température moyenne de cette réaction chimique au cours des 4 premières minutes.

Exercice 4 **(d'après Centres étrangers – 13 juin 2025)**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0;+\infty[$ par

$$f(x) = \frac{1}{1+e^{-0,2x}}.$$

1. Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[0;+\infty[$,
$$f(x) = \frac{e^{0,2x}}{1+e^{0,2x}}.$$
2. En déduire une primitive de f sur l'intervalle $[0;+\infty[$.
3. Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[0;40]$, c'est-à-dire
$$I = \frac{1}{40}\int_0^{40} \frac{1}{1+e^{-0,2t}}\,dt.$$
Donner la valeur exacte puis une valeur approchée au millième.

Exercice 5 **(d'après Métropole – 17 juin 2025)**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par

$$f(x) = x\big(2(\ln x)^2 - 3\ln x + 2\big).$$

On admet que la tangente à la courbe de f au point d'abscisse e a pour équation

$$y = 2x - e.$$

On admet que la fonction f est convexe sur l'intervalle $[1;e]$.
On admet également que

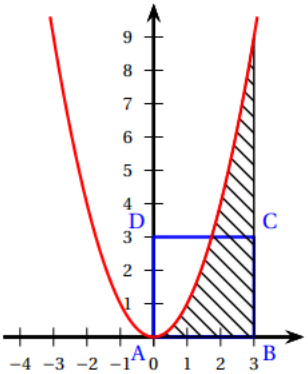
$$\int_1^e x(\ln x)^2\,dx = \frac{e^2-1}{4}.$$

1. À l'aide d'une intégration par parties, montrer que
$$\int_1^e x\ln x\,dx = \frac{e^2+1}{4}.$$
2. En déduire la valeur exacte de l'aire $\mathcal{A}$ du domaine délimité par la courbe représentative de f, la droite d'équation $y = 2x - e$ et les droites d'équation $x = 1$ et $x = e$.

Exercice 6 **(d'après Polynésie – 18 juin 2025)**

1) Dans un repère orthonormé, on considère la fonction carré f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.
On considère également le carré $ABCD$ de côté 3 avec

$$A(0,0), \quad B(3,0), \quad C(3,3), \quad D(0,3).$$



Affirmation : La zone hachurée et le carré $ABCD$ ont la même aire.

Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

2) On considère l'intégrale

$$J = \int_1^2 x \ln(x)\, dx.$$

Affirmation : Une intégration par parties permet d'obtenir

$$J = \frac{7}{11}.$$

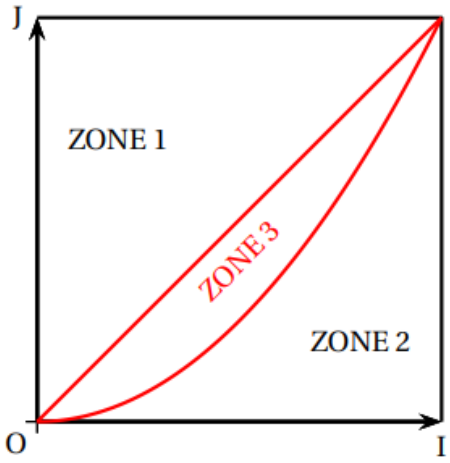
Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

Exercice 7 **(d'après Nouvelle-Calédonie – 21 novembre 2025)**

Dans le repère orthonormé $(O; I, J)$ ci-dessous, on considère :

$$y = x, \quad y = 1, \quad x = 1, \quad y = x^2.$$

On obtient ainsi un carré $OIJK$ de côté 1, partagé en trois zones.



Partie A

Déterminer les aires des trois zones suivantes :

ZONE	ZONE 1	ZONE 2	ZONE 3
AIRE			