Affirmation 4 : « Le plan $\mathscr{P}$ et la droite (AB) sont parallèles. »
Affirmation 5 : « Le plan $\mathscr{P}'$ parallèle à $\mathscr{P}$ passant par B a pour équation cartésienne $-2x+y-3z+34=0$ »
Affirmation 6 : « La distance du point A au plan $\mathscr{P}$ est égale à $\dfrac{\sqrt{14}}{2}$. »
On note (d) la droite de représentation paramétrique

$$\begin{cases} x &= -12+2k \\ y &= 6 \\ z &= 3-5k \end{cases} \text{,où } k \in \mathbb{R}$$

Affirmation 7 : « Les droites (AB) et (d) ne sont pas coplanaires. »

EXERCICE 4 **5 points**

On désigne par f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,\pi]$ par

$$f(x) = \mathrm{e}^{x}\sin(x).$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère.

PARTIE A

1. **a.** Démontrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,\pi]$,

$$f'(x) = \mathrm{e}^{x}[\sin(x)+\cos(x)].$$

   b. Justifier que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $\left[0\,;\,\dfrac{\pi}{2}\right]$

2. **a.** Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.
   b. Démontrer que la fonction f est convexe sur l'intervalle $\left[0\,;\,\dfrac{\pi}{2}\right]$.
   c. En déduire que pour tout réel x de l'intervalle $\left[0\,;\,\dfrac{\pi}{2}\right]$, $\mathrm{e}^{x}\sin(x) \geqslant x$.

3. Justifier que le point d'abscisse $\dfrac{\pi}{2}$ de la courbe représentative de la fonction f est un point d'inflexion.

PARTIE B

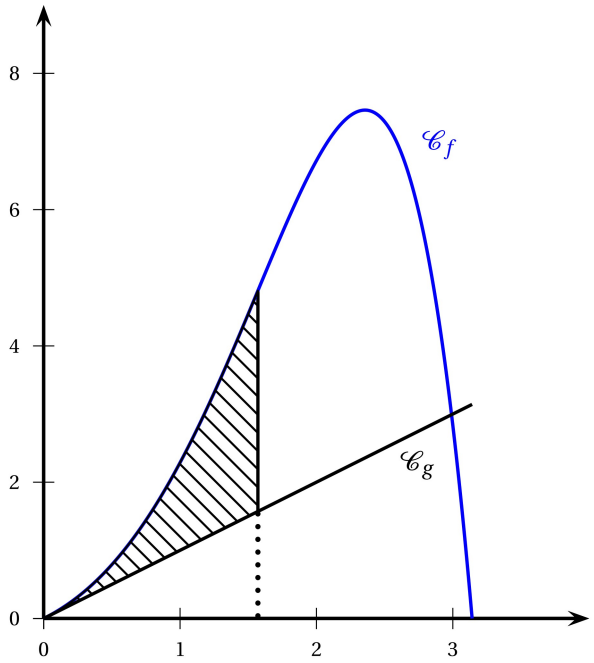
On note

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathrm{e}^{x}\sin(x)\,\mathrm{d}x \quad \text{et} \quad J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathrm{e}^{x}\cos(x)\,\mathrm{d}x.$$

1. En intégrant par parties l'intégrale I de deux manières différentes, établir les deux relations suivantes :

$$I = 1+J \qquad \text{et} \qquad I = \mathrm{e}^{\frac{\pi}{2}} - J.$$

2. En déduire que $I = \dfrac{1+\mathrm{e}^{\frac{\pi}{2}}}{2}$.
3. On note g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x$.
   Les courbes représentatives des fonctions f et g sont tracées dans le repère orthogonal ci-dessous sur l'intervalle $[0\,;\,\pi]$.
   Calculer la valeur exacte de l'aire du domaine hachuré situé entre les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ et les droites d'équation $x=0$ et $x=\dfrac{\pi}{2}$.


8
6
4
2
0
0
1
2
3
$\mathscr{C}_f$
$\mathscr{C}_g$