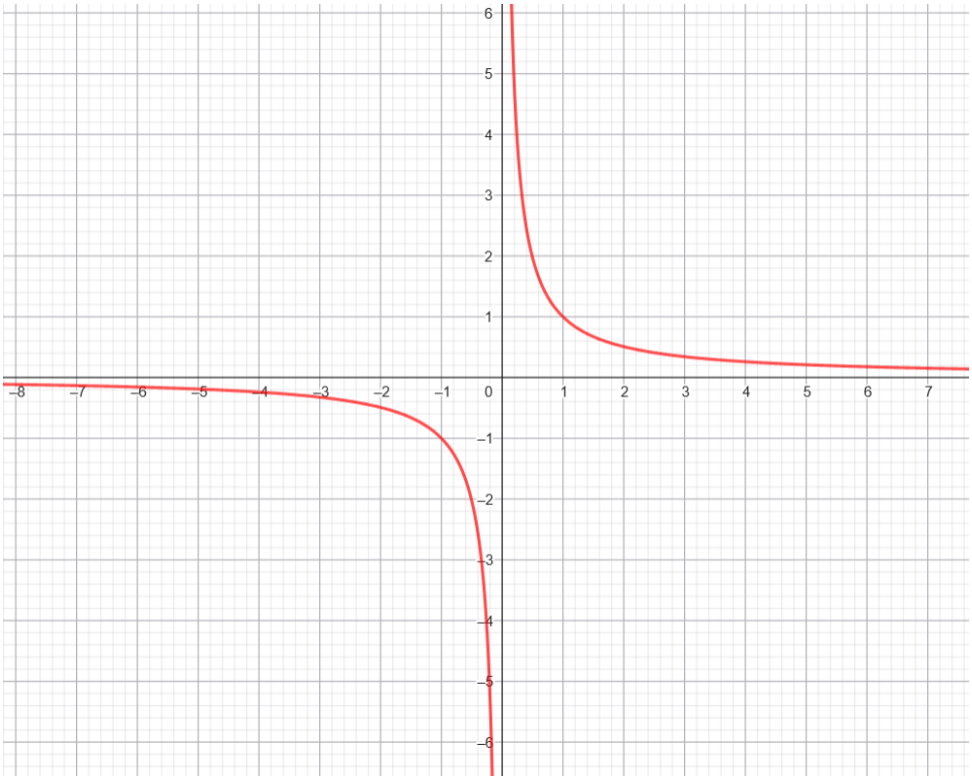
Chapitre VII Fonctions de référence

2) Fonction inverse

Définition

La fonction inverse est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ par

$$f(x) = \frac{1}{x}.$$



La courbe représentative de la fonction inverse s'appelle une **hyperbole**.

Remarques.

La fonction inverse n'est pas définie en 0. On dit que 0 est une **valeur interdite**.

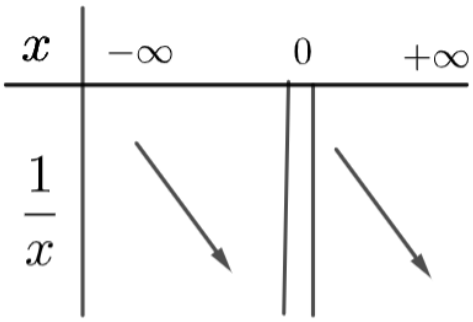
La courbe représentative de la fonction inverse admet deux droites particulières : l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées.

La courbe se rapproche de ces axes sans jamais les couper.
On dit que ces droites sont des **asymptotes**.

Propriété

La fonction inverse est décroissante sur $]-\infty, 0[$.
La fonction inverse est aussi décroissante sur $]0, +\infty[$.

Tableau des variations.



Propriété

Soient a et b deux réels non nuls de même signe.
Si $a \leq b$, alors

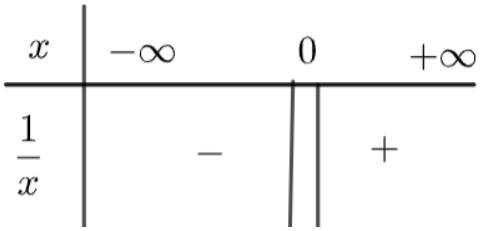
$$\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}.$$

Autrement dit, pour deux nombres de même signe, leurs inverses sont rangés dans l'ordre opposé.

Propriété

Pour tout réel x non nul, $\frac{1}{x}$ est du même signe que x.
Ainsi :

$$x > 0 \Longrightarrow \frac{1}{x} > 0 \qquad \text{et} \qquad x < 0 \Longrightarrow \frac{1}{x} < 0.$$



Définition

Une fonction f est dite **impaire** lorsque

$$f(-x) = -f(x).$$

Interprétation graphique.
La courbe d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine du repère.

Propriété

La fonction inverse est une fonction impaire.

Propriété

Soit a un réel.
Si $a = 0$, l'équation $\dfrac{1}{x} = a$ n'a pas de solution.
Si $a \neq 0$, l'équation $\dfrac{1}{x} = a$ admet une unique solution :

$$x = \frac{1}{a}.$$

Propriété

Pour tout réel x non nul,

$$x \times \frac{1}{x} = 1.$$