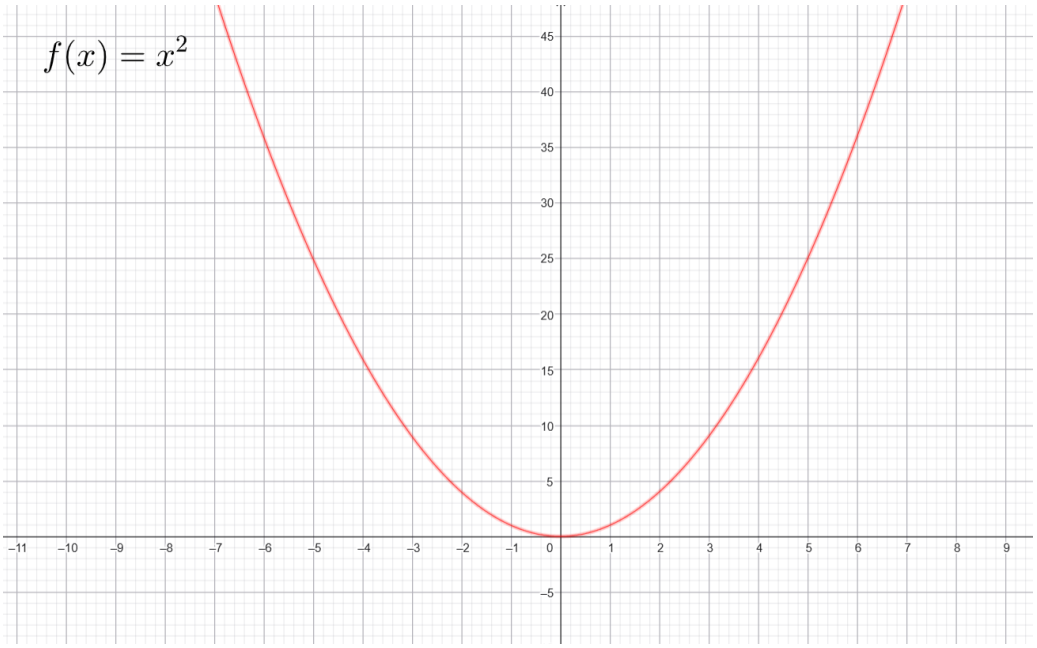
Chapitre VII Fonctions de référence

1) Fonction carré

Définition

La fonction carré est définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x^2.$$



La courbe représentative de la fonction carré s'appelle une **parabole**.

Propriété

La fonction carré est décroissante sur $]-\infty, 0]$ puis croissante sur $[0, +\infty[$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	0	$\nearrow$	

Propriété

Soient a et b deux réels.
Si $0 \leq a \leq b$ alors $a^2 \leq b^2$.
Si $a \leq b \leq 0$ alors $a^2 \geq b^2$.

Attention.
Si a et b sont de signes différents, on ne peut pas comparer en général a^2 et b^2.

Propriété

Pour tout réel x,

$$x^2 \geq 0.$$

Ainsi, la fonction carré est positive sur $\mathbb{R}$.

Définition

Une fonction f est dite **paire** lorsque

$$f(-x) = f(x).$$

Interprétation graphique.
La courbe d'une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Propriété

La fonction carré est une fonction paire.

Propriété

Soit a un réel.
Si $a < 0$, l'équation $x^2 = a$ n'a pas de solution.
Si $a = 0$, l'équation $x^2 = 0$ admet une unique solution : $x = 0$.
Si $a > 0$, l'équation $x^2 = a$ admet deux solutions :

$$x = \sqrt{a} \qquad \text{et} \qquad x = -\sqrt{a}.$$

Propriété

Identités remarquables
Pour tous réels a et b :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$