Bac Centres etrangers 13 juin2025

On se place dans un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$ de l'espace.
On considère les points A(1 ; 0 ; 3), B(−2 ; 1 ; 2) et C(0 ; 3 ; 2).

1. **a.** Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
   b. Soit $\vec{n}$ le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix}-1\\1\\4\end{pmatrix}$ Vérifier que le vecteur $\vec{n}$ est orthogonal au plan (ABC).
   c. En déduire que le plan (ABC) admet pour équation cartésienne $-x+y+4z-11=0$.

On considère le plan $\mathscr{P}$ d'équation cartésienne $3x-3y+2z-9=0$ et le plan $\mathscr{P}'$ d'équation cartésienne $x-y-z+2=0$.

2. **a.** Démontrer que les plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$ sont sécants. On note (d) leur droite d'intersection.
   b. Déterminer si les plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$ sont perpendiculaires.
3. Montrer que la droite (d) est dirigée par le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$.
4. Montrer que le point M(2 ; 1 ; 3) appartient aux plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$. En déduire une représentation paramétrique de la droite (d).
5. Montrer que la droite (d) est aussi incluse dans le plan (ABC).
   Que peut-on dire des trois plans (ABC), $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$?

Bac Polynesie 18 Juin 2025

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$.
On considère les points suivants :

$$A(1\,;3\,;0),\quad B(-1\,;4\,;5),\quad C(0\,;1\,;0)\quad \text{et}\quad D(-2\,;2\,;1).$$

1. Montrer que les points A, B et C déterminent un plan.
2. Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.
3. Soit Δ la droite passant par le point D et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$.
   a. Démontrer que la droite Δ est orthogonale au plan (ABC).
   b. Justifier que le plan (ABC) admet pour équation cartésienne :
   $$2x-y+z+1=0.$$
   c. Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ.
4. On appelle H le point de coordonnées $\left(-\frac{2}{3}\ \frac{4}{3}\,;\,\frac{5}{3}\right)$.
   Vérifier que H est le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC).
5. On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par $V=\dfrac{1}{3}B\times h$, où B est l'aire d'une base du tétraèdre et h est sa hauteur relative à cette base.
   a. Montrer que $DH=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.
   b. En déduire le volume du tétraèdre ABCD.
6. On considère la droite d de représentation paramétrique :
   $$\begin{cases} x &= 1-2k\\ y &= -3k\\ z &= 1+k\end{cases} \text{ où } k \text{ décrit } \mathbb{R}.$$
   La droite d et le plan (ABC) sont-ils sécants ou parallèles?