# Chapitre VI Vecteurs

## 1) Notion de vecteur

**Définition**

Un vecteur est défini par une direction, un sens et une longueur.
Le vecteur allant du point $A$ au point $B$ se note

$$\vec{AB}.$$

**Remarque.**
Un vecteur n'a pas de position dans le plan. Il peut être représenté par une infinité de segments ayant la même direction, le même sens et la même longueur.
Un segment orienté représentant un vecteur s'appelle un **représentant** de ce vecteur.

On note généralement un vecteur par une lettre, par exemple

$$\vec{u}.$$

La longueur du vecteur $\vec{u}$ s'appelle sa **norme** et se note

$$\|\vec{u}\|.$$

Si $\vec{u} = \vec{AB}$, alors

$$\|\vec{u}\| = AB.$$

## 2) Égalité de deux vecteurs

**Définition**

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont égaux lorsqu'ils ont la même direction, le même sens et la même longueur.
On note alors

$$\vec{u} = \vec{v}.$$

En particulier,

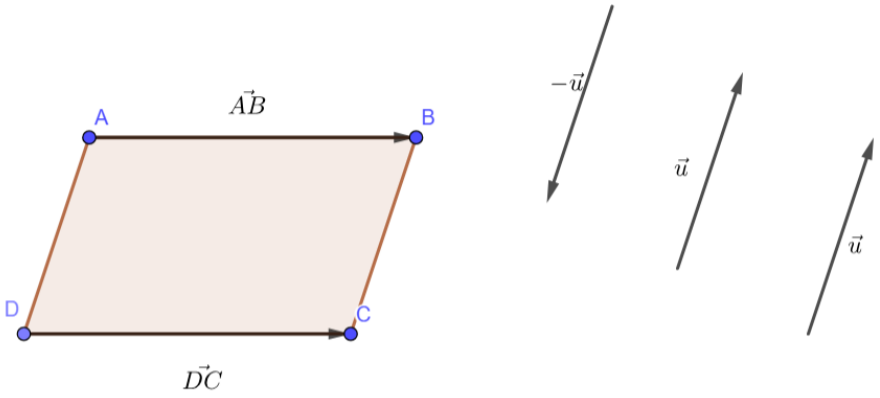
$$\vec{AB} = \vec{CD}$$

signifie que les droites $(AB)$ et $(CD)$ sont parallèles, que le sens de $A$ vers $B$ est le même que celui de $C$ vers $D$ et que les longueurs sont égales : $AB = CD$.

**Propriété**

Un quadrilatère $ABDC$ est un parallélogramme si et seulement si

$$\vec{AB} = \vec{DC}.$$




## 3) Opposé d'un vecteur

**Définition**

Le vecteur opposé de $\vec{AB}$ est le vecteur $\vec{BA}$.
On le note

$$-\vec{AB} = \vec{BA}.$$

Il a la même direction et la même longueur, mais un sens contraire.

**Propriété**

Pour tout vecteur $\vec{u}$,

$$\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0}.$$

En particulier,

$$\vec{AB} + \vec{BA} = \vec{0}.$$

Le vecteur $\vec{0}$ est appelé vecteur nul. Il a une longueur nulle.

## 4) Translation

**Définition**

La translation de vecteur $\vec{AB}$ transforme le point $A$ en $B$.
Plus généralement, tout point $M$ est transformé en un point $M'$ tel que

$$\vec{MM'} = \vec{AB}.$$

Un vecteur peut ainsi être interprété comme un déplacement.

## 5) Addition de vecteurs

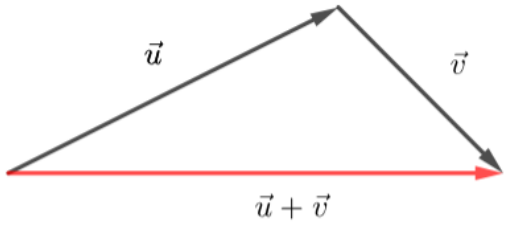
**Définition**

Effectuer successivement la translation de vecteur $\vec{u}$ puis celle de vecteur $\vec{v}$ revient à effectuer une seule translation de vecteur noté

$$\vec{u} + \vec{v}.$$

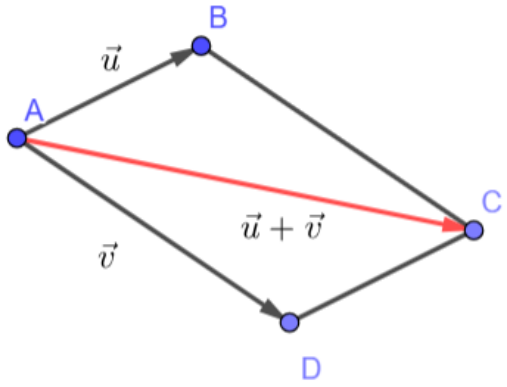
**Construction bout à bout**

Pour construire $\vec{u}+\vec{v}$, on place un représentant de $\vec{v}$ à l'extrémité d'un représentant de $\vec{u}$.
Le vecteur reliant l'origine de $\vec{u}$ à l'extrémité de $\vec{v}$ est le vecteur $\vec{u}+\vec{v}$.




**Construction par le parallélogramme**

Si deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont la même origine $A$, alors $\vec{u}+\vec{v}$ est la diagonale du parallélogramme construit sur ces deux vecteurs.

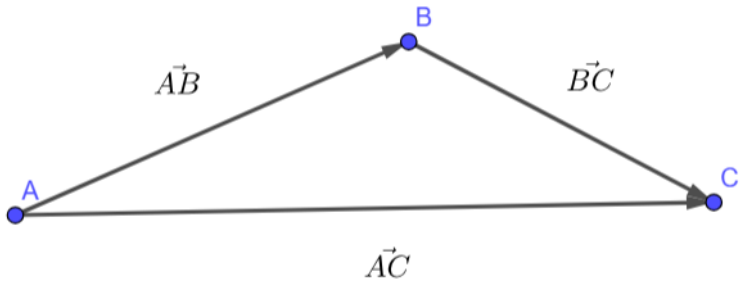



**Propriété**

Pour tous points $A$, $B$ et $C$,

$$\vec{AB}+\vec{BC}=\vec{AC}.$$

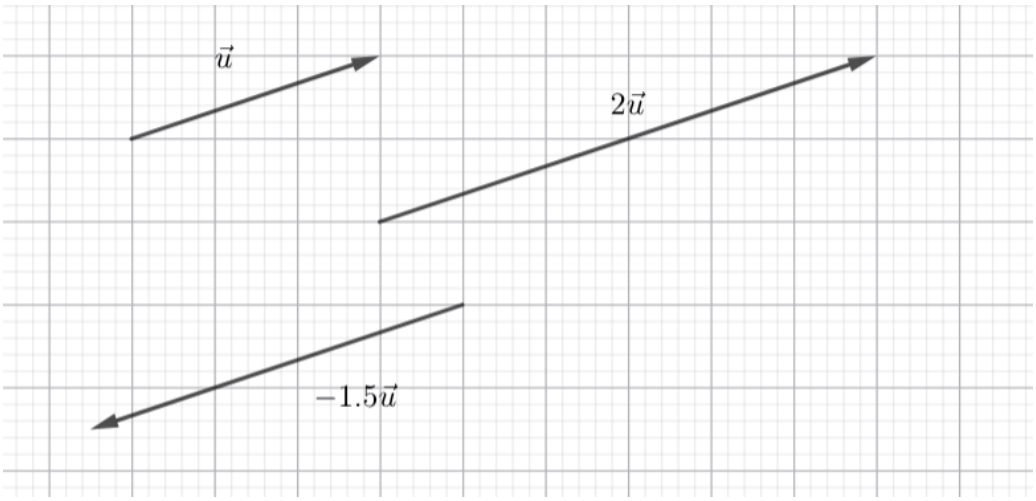
Cette relation s'appelle la relation de Chasles.



## 6) Multiplication par un réel

**Définition**

Soit $\vec{u}$ un vecteur et $k$ un réel.
Le vecteur $k\vec{u}$ a la même direction que $\vec{u}$.
Sa longueur est multipliée par $|k|$.
Son sens est conservé si $k > 0$ et inversé si $k < 0$.




**Définition**

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont dits colinéaires lorsqu'il existe un réel $k$ tel que

$$\vec{v} = k\vec{u}.$$