Chapitre VI – Vecteurs dans un repère

Dans la suite, les repères du plan notés habituellement (O, I, J) seront notés

$$(O, \vec{i}, \vec{j})$$

1) Coordonnées d'un vecteur

Définition

Dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, si

$$A(x_A\,;y_A) \qquad B(x_B\,;y_B)$$

alors le vecteur $\vec{AB}$ a pour coordonnées

$$\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}.$$

2) Égalité de vecteurs

Propriété

Deux vecteurs de coordonnées

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

sont égaux si et seulement si

$$\begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$$

3) Opérations sur les vecteurs

Propriété

Si $\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}$ pour coordonnées $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$,

alors $\vec{u} + \vec{v}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$.

Pour tout réel k, $k\vec{u}$ a pour coordonnées :

$$k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}.$$

4) Distance dans un repère orthonormé

Définition

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, si

$$A(x_A\,;y_A) \qquad B(x_B\,;y_B)$$

alors

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

5) Colinéarité

Propriété

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ de coordonnées

$$\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \qquad \vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

sont colinéaires si et seulement si

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$$

avec

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - x'y.$$

6) Application : droites parallèles

Propriété

Les droites (AB) et (CD) sont parallèles si et seulement si les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ sont colinéaires.

Autrement dit, si

$$\vec{AB}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \qquad \vec{CD}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

alors

$$(AB) \parallel (CD) \iff xy' - x'y = 0.$$

7) Application : points alignés

Propriété

Les points

$$A(x_A\,;y_A),\quad B(x_B\,;y_B),\quad C(x_C\,;y_C)$$

sont alignés si et seulement si les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ sont colinéaires.