Devoir surveillé bis — Produit scalaire

Première Spécialité — Durée : 2 heures

La calculatrice est autorisée.

Les trois exercices sont indépendants et peuvent être traités dans l'ordre de votre choix. Le soin, la rigueur de la rédaction et la qualité des figures seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1 (10 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.
On considère les points :

$$A(0\,;0) \qquad B(-1\,;3) \qquad C(2\,;4) \qquad D(3\,;1)$$

1. Réaliser une figure soignée que l'on complétera au fur et à mesure de l'exercice.

2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{DC}$. Que peut-on en déduire pour le quadrilatère $ABCD$?

3. **a.** Calculer $\vec{AB}\cdot\vec{AD}$. Que peut-on en déduire pour le quadrilatère $ABCD$?

b. Calculer $\vec{AC}\cdot\vec{BD}$. Que peut-on en déduire pour le quadrilatère $ABCD$?

4. Soit I le point défini par $\vec{CI}=\dfrac{1}{2}\vec{CD}$. Montrer que I a pour coordonnées $\left(\dfrac{5}{2}\,;\dfrac{5}{2}\right)$.

5. Calculer $\vec{AI}\cdot\vec{AB}$.

6. Soit H le projeté orthogonal du point B sur la droite (AI). Placer H sur la figure.

7. Exprimer le produit scalaire $\vec{AI}\cdot\vec{AB}$ en fonction des longueurs AI et AH.

8. Calculer la longueur AI puis, à l'aide des questions **5.** et **7.**, calculer la longueur AH.

Exercice 2 (5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.
Soit d la droite d'équation cartésienne $x+3y-2=0$.

1. Tracer la droite d dans un repère orthonormé.

2. Donner les coordonnées d'un vecteur normal $\vec{n}$ et d'un vecteur directeur $\vec{u}$ de la droite d.

3. Soit $A(2\,;4)$. Déterminer une équation cartésienne de la droite Δ, perpendiculaire à d et passant par A.

4. Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites d et Δ.

5. Compléter la figure.

Exercice 3 (5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.
On considère les points $A(1\,;1)$, $B(5\,;3)$ et $C(0\,;4)$.

1. Placer les points A, B et C dans un repère orthonormé.

2. **a.** Calculer $\vec{AB}\cdot\vec{AC}$.

b. Calculer les longueurs AB et AC.

c. En déduire une mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ à 0,1 degré près.

3. Répondre aux mêmes questions pour l'angle $\widehat{CBA}$.

4. En déduire une mesure approchée de l'angle $\widehat{ACB}$.