Chapitre VI

Produit scalaire — Fiche d'exercices 1

Exercice 1 — Mise en route (révisions de seconde)

Dans un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{i},\vec{j}\right)$, on considère les points :

$$A(-1\,;\,-1) \quad B(2\,;\,1) \quad C(4\,;\,-2) \quad D(1\,;\,-4)$$

1. Placer ces points dans un repère orthonormé et tracer le quadrilatère $ABCD$.

2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$. Que peut-on en déduire pour le quadrilatère $ABCD$?

3. Calculer les longueurs AB et AD. Que peut-on en déduire ?

4. Calculer les coordonnées du point I, milieu de $[AC]$. Montrer que B appartient au cercle de diamètre $[AC]$. Que peut-on en déduire pour le quadrilatère $ABCD$?

Exercice 2 — Calcul de produits scalaires (en RON)

Dans un repère orthonormé, calculer le produit scalaire $\vec{u}\cdot\vec{v}$ et préciser si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux dans chacun des cas suivants :

a. $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}$

b. $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-4\\10\end{pmatrix}$

c. $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\6\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$

Exercice 3

Dans un repère orthonormé $(O\,;\,I,J)$ du plan, on considère les points $A(-2\,;\,1)$, $B(5\,;\,4)$, $C(-2\,;\,4)$ et $D(-8\,;\,18)$.

Les droites (AB) et (CD) sont-elles perpendiculaires ?

Exercice 4

Dans un repère orthonormé $(O\,;\,I,J)$ du plan, on considère les points $A(1\,;\,-2)$, $B(4\,;\,3)$, $C(-1\,;\,5)$ et $D(3\,;\,-1)$.

Les droites (AB) et (CD) sont-elles perpendiculaires ?

Exercice 5 — Reconnaître un carré (avec produit scalaire)

Dans un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{i},\vec{j}\right)$, on considère les points :

$$A(-1\,;\,-1)\quad B(2\,;\,1)\quad C(4\,;\,-2)\quad D(1\,;\,-4)$$

1. Placer ces points dans un repère orthonormé et tracer le quadrilatère $ABCD$.

2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$. Que peut-on en déduire pour le quadrilatère $ABCD$?

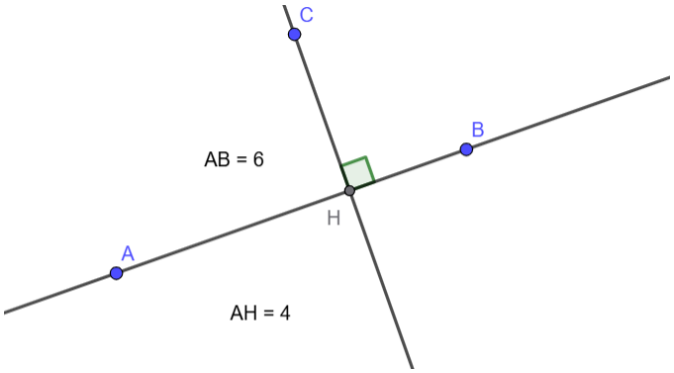
3. Calculer $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$. Que peut-on en déduire ?

4. Calculer $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AD}$. En déduire la nature précise du quadrilatère $ABCD$.

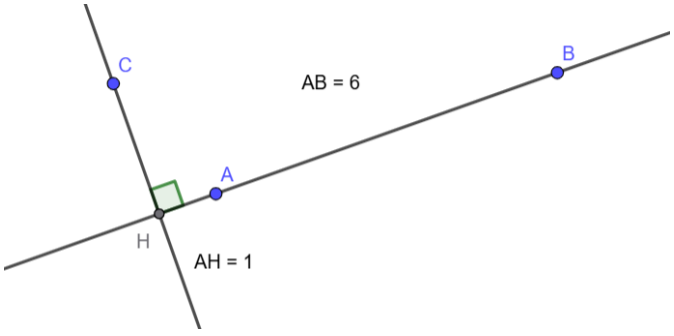
Exercice 6 — Produit scalaire et projeté orthogonal

Dans chacun des cas suivants, H est le projeté orthogonal de C sur la droite (AB). Calculer $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

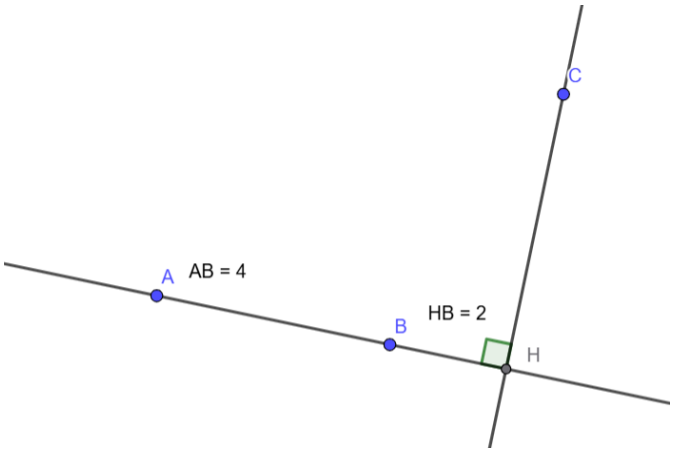
Cas 1.



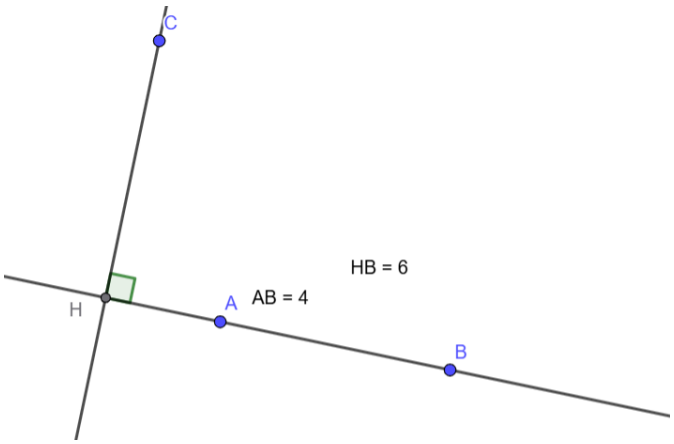
Cas 2.



Cas 3.



Cas 4.



Exercice 7 — Calcul d'angles

Dans un repère orthonormé, on considère les points A, B et C. Dans chacun des cas suivants :

1. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

2. Calculer les longueurs AB et AC.

3. En déduire une mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ (arrondie au degré près si nécessaire).

a. $A(1\,;\,2)$ $B(5\,;\,4)$ $C(3\,;\,6)$

b. $A(-2\,;\,1)$ $B(2\,;\,3)$ $C(1\,;\,-2)$

c. $A(0\,;\,0)$ $B(4\,;\,3)$ $C(-1\,;\,2)$

d. $A(2\,;\,-1)$ $B(6\,;\,2)$ $C(-2\,;\,1)$